

Name: _____

1. AufgabeBestimme bei der folgenden Gleichung die Definitionsmenge und die Lösungsmenge in \mathbb{Q} .

$$\frac{3z}{4-3z} = \frac{2z}{5-2z}$$

2. Aufgabe

In dieser Aufgabe geht es um ganz normale zylindrische Haushaltskerzen, die ganz gleichmäßig herunterbrennen. Untersucht werden soll ihre (Rest-) Länge in Abhängigkeit von der Zeit.

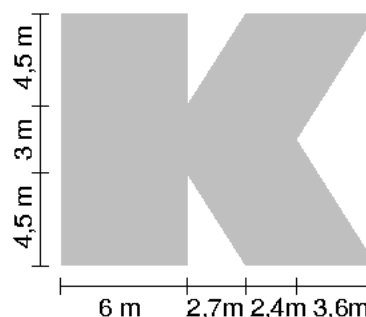
- a) Eine 15 cm lange Kerze brennt in 10 Stunden ab. Eine 20 cm lange Kerze brennt in 8 Stunden ab.
1. Zeichne die zugehörigen Graphen in ein Koordinatensystem und stelle ihre Gleichungen auf.
 2. Die beiden Kerzen werden gleichzeitig angezündet. Wann sind sie gleich lang?
 3. Es wird nur die lange Kerze angezündet. Wie lange muss sie brennen, bis sie so lang ist wie die kurze?
- b) Zu vier Kerzen, die gleichzeitig abbrennen, werden die zugehörigen Geraden in ein Koordinatensystem gezeichnet. Sie verlaufen parallel zueinander. Welche Schlüsse lassen sich daraus über die vier Kerzen ziehen?

3. AufgabeKonstruiere ein Dreieck aus $c = 5 \text{ cm}$; $s_c = 4 \text{ cm}$; $\beta = 65^\circ$.

Zu einer solchen Konstruktion gehören auch eine Planskizze und die Konstruktionsbeschreibung.

Wähle genau eine der beiden folgenden Aufgaben aus und bearbeite sie!**4. Aufgabe**

Eine große Möbelfirma will ihr Gebäude gelb streichen mit dem Firmennamen in großen blauen Lettern darauf. Wie viele Quadratmeter Farbe sind für den Buchstaben **K** einzuplanen (Zeichnung ist nicht maßstabsgetreu)?

**5. Aufgabe**Beim *Problem des Monats* soll die Zahl $\frac{8}{77}$ als Differenz zweier Brüche geschrieben werden;

beide Brüche sollen kleiner als 1 sein. Einer der Brüche soll dabei die Zahl 7 als Nenner haben, der andere die Zahl 11 als Nenner. Welche Möglichkeiten gibt es?

Name: _____

1. AufgabeBestimme bei der folgenden Gleichung die Definitionsmenge und die Lösungsmenge in \mathbb{Q} .

$$\frac{4k}{3+4k} = \frac{5k}{5k-2}$$

2. Aufgabe

In dieser Aufgabe geht es um ganz normale zylindrische Haushaltskerzen, die ganz gleichmäßig herunterbrennen. Untersucht werden soll ihre (Rest-) Länge in Abhängigkeit von der Zeit.

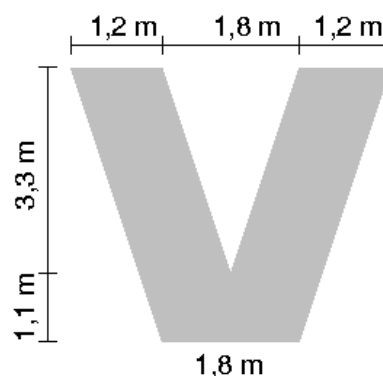
- a) Eine 20 cm lange Kerze brennt in 12 Stunden ab. Eine 30 cm lange Kerze brennt in 9 Stunden ab.
1. Zeichne die zugehörigen Graphen in ein Koordinatensystem und stelle ihre Gleichungen auf.
 2. Die beiden Kerzen werden gleichzeitig angezündet. Wann sind sie gleich lang?
 3. Es wird nur die lange Kerze angezündet. Wie lange muss sie brennen, bis sie so lang ist wie die kurze?
- b) Zu vier Kerzen, die gleichzeitig abbrennen, werden die zugehörigen Geraden in ein Koordinatensystem gezeichnet. Sie verlaufen parallel zueinander. Welche Schlüsse lassen sich daraus über die vier Kerzen ziehen?

3. AufgabeKonstruiere ein Dreieck aus $a = 6 \text{ cm}$; $s_a = 4,5 \text{ cm}$; $\beta = 60^\circ$.

Zu einer solchen Konstruktion gehören auch eine Planskizze und die Konstruktionsbeschreibung.

Wähle genau eine der beiden folgenden Aufgaben aus und bearbeite sie!**4. Aufgabe**

Ein Schiffbauinstitut will sein Gebäude weiß streichen mit dem Firmennamen in großen blauen Lettern darauf. Wie viele Quadratmeter Farbe sind für das V einzuplanen (Zeichnung ist nicht maßstabsgetreu)?

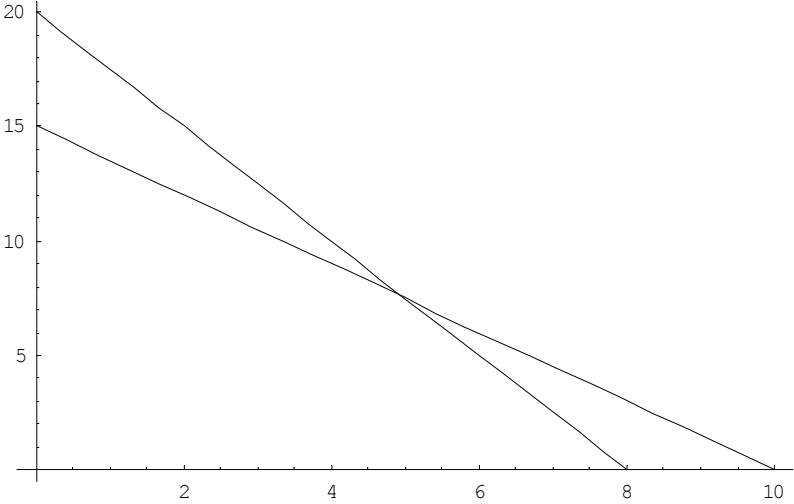
**5. Aufgabe**Beim *Problem des Monats* soll die Zahl $\frac{16}{65}$ als Differenz zweier Brüche geschrieben werden;

beide Brüche sollen kleiner als 1 sein. Einer der Brüche soll dabei die Zahl 5 als Nenner haben, der andere die Zahl 13 als Nenner. Welche Möglichkeiten gibt es?

A 1

Mathematikarbeit Klasse 8: Lösungen Gruppe A

03.06.2003

Aufgabe bzw. Aufgabenteil	Punkte
<p>1. Aufgabe – 6 Punkte</p> $D = \mathbb{Q} \setminus \left\{ \frac{4}{3}, \frac{5}{2} \right\}$ <p>(denn für jede der beiden ausgeschlossenen Zahlen ist einer der Nenner Null)</p> $15z - 6z^2 = 8z - 6z^2 \Leftrightarrow 15z = 8z \Leftrightarrow 7z = 0 \Leftrightarrow z = 0$ $L = \{0\}$	<p>2</p> <p>3</p> <p>1</p>
<p>2. Aufgabe – 16 Punkte</p> <p>a 1)</p>  <p>$lk_1(t) = -1,5t + 15$</p> <p>$lk_2(t) = -2,5t + 20$</p> <p>(Eine korrekte Einheitenangabe wird nicht verlangt.)</p> <p>a 2) Lösen durch Gleichsetzen: $-1,5t + 15 = -2,5t + 20 \Leftrightarrow t = 5$ Ergebnis: Die Kerzen sind nach 5 Stunden gleich lang. (Das Ergebnis kann auch aus der Graphik abgelesen werden. Dann allerdings ist eine Bestätigung durch Einsetzen in die Gleichungen nötig.)</p> <p>a 3) Ergebnis z.B. durch Einsetzen: $-2,5t + 20 = 15 \Leftrightarrow 2,5t = 5 \Leftrightarrow t = 2$. Nach 2 Stunden ist die lange Kerze auf die Länge von 15 cm heruntergebrannt. (Jede andere begründete Lösung ist natürlich zulässig.)</p> <p>b) Parallelität bedeutet gleiche Abbrenngeschwindigkeit. Dies bedeutet, dass die Kerzen die gleiche Dicke aufweisen. Parallele Geraden mit unterschiedlichem y-Achsen-Abschnitt deuten auf verschiedene Länge zum Zeitpunkt $t = 0$; es waren also unterschiedlich lange Kerzen, oder sie wurden zu verschiedenen Zeitpunkten angezündet.</p>	<p>3</p> <p>3</p> <p>4</p> <p>4</p> <p>1</p> <p>1</p>

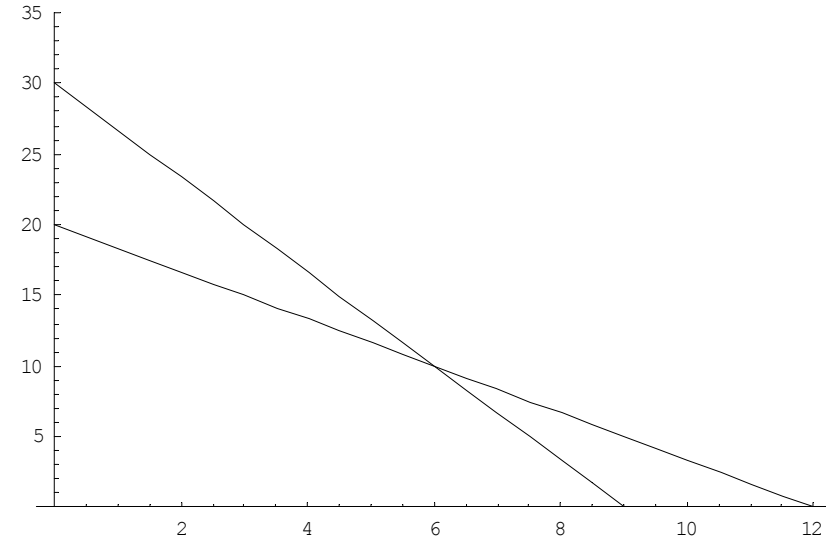
A 2

Aufgabe bzw. Aufgabenteil	Punkte
<p>3. Aufgabe – 11 Punkte</p> <p>Planskizze Zeichnerische Durchführung der Konstruktion Konstruktionsbeschreibung – in etwa</p> <ul style="list-style-type: none"> - Antragen der Seite c - Konstruktion des Punktes M_c als Mittelpunkt der Seite c - Ziehen eines Kreises um M_c mit dem Radius s_c - Antragen des Winkels β in B an c; die Seite a ist ein Teil des freien Schenkels - C ist der Schnittpunkt des freien Schenkels von β und dem Kreis um M_c - Verbinden von C und A ergibt die Seite b. 	<p>1 5 5</p>
<p>4. Aufgabe – 7 Punkte</p> <p>Es gibt zwei gleichwertige Lösungswege: Vom umschließenden Rechteck mit den Kantenlängen 12 m und 14,7 m werden oben und unten sowie rechts je ein Dreieck abgezogen. Die Dreiecke oben und unten sowie das in zwei Teile zerlegte Dreieck rechts können auch zu Rechtecken zusammengelegt werden. Es ergibt sich: $A = 12 \cdot 14,7 - 4,5 \cdot 2,7 - 6 \cdot 3,6 = 142,65$</p> <p>Alternativ darf auch der nahe liegende Schluss gezogen werden, das K setze sich aus einem Rechteck und zwei Parallelogrammen zusammen, wobei aber ein Überschneidungsdreieck abgezogen werden muss. Die Parallelogramme können geschert und mit dem Rechteck zu einem großen Rechteck zusammengefasst werden. Das Dreieck hat eine Grundseite von 3 m Länge und eine Höhe von $3,6 \text{ m} - 2,7 \text{ m} = 0,9 \text{ m}$. Es ergibt sich: $A = 12 \cdot 12 - \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 0,9 = 142,65$ Der Buchstabe K umfasst also eine Fläche von $142,65 \text{ m}^2$.</p>	<p>7</p>
<p>5. Aufgabe – 7 Punkte</p> <p>Es geht darum, die Gleichungen $\frac{a}{7} - \frac{b}{11} = \frac{8}{77}$ und $\frac{c}{11} - \frac{d}{7} = \frac{8}{77}$ in den positiven ganzen Zahlen zu lösen, wobei noch gelten muss: $a < 7$, $b < 11$, $c < 11$, $d < 7$.</p> <p>Umgeformt ergibt sich für die erste Gleichung: $11a = 8 + 7b$. Der Term auf der rechten Seite, $8 + 7b$, muss also durch 11 teilbar sein. Dies ist im Bereich $b < 11$ nur für $b = 2$ erfüllt, wie sich durch Einsetzen zeigen lässt. Für $b = 2$ ergibt sich durch Einsetzen $a = 2$ als einzige Lösung der ersten Gleichung. Die gesuchte Zerlegung lautet damit $\frac{8}{77} = \frac{2}{7} - \frac{2}{11}$.</p> <p>Für die zweite Gleichung ergibt sich entsprechend $7c = 8 + 11d$. Hier muss der Term auf der rechten Seite ein Vielfaches von 7 sein. Dies ist im Bereich $d < 7$ nur für $d = 5$ erfüllt; Einsetzen ergibt dann $c = 9$. Die gesuchte Zerlegung lautet damit $\frac{8}{77} = \frac{9}{11} - \frac{5}{7}$.</p>	<p>1 2 1 1 2</p>

B 1

Mathematikarbeit Klasse 8: Lösungen Gruppe B

03.06.2003

Aufgabe bzw. Aufgabenteil	Punkte
<p>1. Aufgabe – 6 Punkte</p> $D = \mathbb{Q} \setminus \left\{ -\frac{3}{4}, \frac{2}{5} \right\}$ <p>(denn für jede der beiden ausgeschlossenen Zahlen ist einer der Nenner Null)</p> $20k^2 - 8k = 15k + 20k^2 \Leftrightarrow -8k = 15k \Leftrightarrow 23k = 0 \Leftrightarrow k = 0$ $L = \{0\}$	<p>2</p> <p>3</p> <p>1</p>
<p>2. Aufgabe – 16 Punkte</p> <p>a 1)</p>  $lk_1(t) = -\frac{10}{3}t + 30$ $lk_2(t) = -\frac{5}{3}t + 20$ <p>(Eine korrekte Einheitenangabe wird nicht verlangt.)</p> <p>a 2) Lösen durch Gleichsetzen: $-\frac{10}{3}t + 30 = -\frac{5}{3}t + 20 \Leftrightarrow \frac{5}{3}t = 10 \Leftrightarrow t = 6$. Ergebnis: Die Kerzen sind nach 6 Stunden gleich lang. (Das Ergebnis kann auch aus der Graphik abgelesen werden. Dann allerdings ist eine Bestätigung durch Einsetzen in die Gleichungen nötig.)</p> <p>a 3) Ergebnis z.B. durch Einsetzen: $-\frac{10}{3}t + 30 = 20 \Leftrightarrow \frac{10}{3}t = 10 \Leftrightarrow t = 3$. Nach 3 Stunden ist die lange Kerze auf die Länge von 20 cm heruntergebrannt. (Jede andere begründete Lösung ist natürlich zulässig.)</p> <p>b) Parallelität bedeutet gleiche Abbrenngeschwindigkeit. Dies bedeutet, dass die Kerzen die gleiche Dicke aufweisen. Parallele Geraden mit unterschiedlichem y-Achsen-Abschnitt deuten auf verschiedene Länge zum Zeitpunkt $t = 0$; es waren also unterschiedlich lange Kerzen, oder sie wurden zu verschiedenen Zeitpunkten angezündet.</p>	<p>3</p> <p>3</p> <p>4</p> <p>4</p> <p>1</p> <p>1</p>

B 2

Aufgabe bzw. Aufgabenteil	Punkte
<p>3. Aufgabe – 11 Punkte</p> <p>Planskizze Zeichnerische Durchführung der Konstruktion Konstruktionsbeschreibung – in etwa</p> <ul style="list-style-type: none"> - Antragen der Seite a - Konstruktion des Punktes M_a als Mittelpunkt der Seite a - Ziehen eines Kreises um M_a mit dem Radius s_a - Antragen des Winkels β in B an a; die Seite c ist ein Teil des freien Schenkels - A ist der Schnittpunkt des freien Schenkels von β und dem Kreis um M_a - Verbinden von A und C ergibt die Seite b. 	<p>1 5 5</p>
<p>4. Aufgabe – 7 Punkte</p> <p>Es gibt zwei gleichwertige Lösungswege: Vom umschließenden Rechteck mit den Kantenlängen 4,2 m und 4,4 m werden unten links, unten rechts und oben je ein Dreieck abgezogen. Die unteren Dreiecke können zu einem Rechteck zusammen gefasst werden. Es ergibt sich: $A = 4,2 \cdot 4,4 - \frac{1}{2} \cdot 3,3 \cdot 1,8 - 4,4 \cdot 1,2 = 10,23$</p> <p>Alternativ darf auch der nahe liegende Schluss gezogen werden, das V setze sich aus zwei Parallelogrammen zusammen, wobei aber ein Überschneidungsdreieck abgezogen werden muss. Die Parallelogramme können geschert zu einem großen Rechteck zusammen gefasst werden. Das Dreieck hat eine Grundseite von $2 \cdot 1,2 \text{ m} - 1,8 \text{ m} = 0,6 \text{ m}$ und eine Höhe von 1,1 m. Es ergibt sich: $A = 2,4 \cdot 4,4 - \frac{1}{2} \cdot 0,6 \cdot 1,1 = 10,23$</p> <p>Der Buchstabe V umfasst also eine Fläche von 10,23 m².</p>	<p>7</p>
<p>5. Aufgabe – 7 Punkte</p> <p>Es geht darum, die Gleichungen $\frac{a}{5} - \frac{b}{13} = \frac{16}{65}$ und $\frac{c}{13} - \frac{d}{5} = \frac{16}{65}$ in den positiven ganzen Zahlen zu lösen, wobei noch gelten muss: $a < 5$, $b < 13$, $c < 13$, $d < 5$. Umgeformt ergibt sich für die erste Gleichung: $13a = 16 + 5b$. Der Term auf der rechten Seite, $16 + 5b$, muss also durch 13 teilbar sein. Dies ist im Bereich $b < 13$ nur für $b = 2$ erfüllt, wie sich durch Einsetzen sehen lässt. Für $b = 2$ ergibt sich durch Einsetzen $a = 2$ als einzige Lösung der ersten Gleichung. Die gesuchte Zerlegung lautet damit $\frac{16}{65} = \frac{2}{5} - \frac{2}{13}$.</p> <p>Für die zweite Gleichung ergibt sich entsprechend $5c = 16 + 13d$. Hier muss der Term auf der rechten Seite ein Vielfaches von 5 sein. Dies ist im Bereich $d < 5$ nur für $d = 3$ erfüllt; Einsetzen ergibt dann $c = 11$. Die gesuchte Zerlegung lautet damit $\frac{16}{65} = \frac{11}{13} - \frac{3}{5}$.</p>	<p>1 2 1 1 2</p>

Mathematikarbeit Klasse 8:**03.06.2003****Bewertung:**

Punkte	36 bis 40	35 bis 31	30 bis 26	25 bis 20	19 bis 10	9 bis 0
Zensur	1- 1	2+ 2- 2	3+ 3- 3	4+ 4- 4	5	6

Hinweise

zur Durchführung der Vergleichsarbeit Mathematik in den 8. Klassen

1. Die reine Arbeitszeit beträgt exakt 45 Minuten, notfalls ist ein Teil der Pause oder der nachfolgenden Stunde hinzu zu nehmen, keinesfalls aber sind die 45 Minuten zu überschreiten!
2. Zugelassenes Arbeitsmittel: Zeichengeräte (Geodreieck, Zirkel).
3. Nebeneinander sitzende Schüler erhalten Aufgaben verschiedener Gruppen (A, B).
4. Die Aufgabenstellung darf von der Aufsicht nicht erläutert werden, auch nicht gegenüber einzelnen Schülern. Das Verständnis der Aufgabenstellung gehört mit zur verlangten Leistung.
5. Die Arbeit wird in der üblichen Art und Weise korrigiert. Jede Fachlehrkraft einer 8. Klasse korrigiert einen Klassensatz, aber nicht den ihrer eigenen Klasse.
6. Die Zensurengebung erfolgt nach dem in den Lösungsunterlagen beschriebenen Schema; Tendenzangaben (+/-) können nach eigenem Ermessen gemacht werden (Vorschlag siehe Auswertungsbogen), zur zentralen Auswertung sind nur ganze Noten (ohne Tendenzangaben) bzw. Punktzahlen zurückzumelden.
7. Treten beim Korrigieren größere Probleme bzgl. der Bepunktung auf, so sind Rückfragen möglich bei Herrn Kleist, SL Gymnasium Altona, Tel. 428 97 00, e-mail: gb.kleist@gmx.de .