

Arbeit mit Pausen



Aufgabe der Vorrunde für die 19-te Mathematik A-lympiade

23. November 2007



Die A-lympiade in NRW wird durch das Ministerium für Schule und Weiterbildung ausgerichtet mit freundlicher Unterstützung durch



Landesverband Mathematikwettbewerbe NRW e.V.

und



Hinweise für die Teams

Liebe Schülerinnen und Schüler!

Sie beteiligen sich heute an einem anspruchsvollen und spannenden Wettbewerb, der konzentriertes, gut strukturiertes und teamorientiertes Arbeiten von Ihnen verlangt.

Die folgenden Hinweise sollten Sie unbedingt beachten:

Die Aufgabe besteht aus einer Einstiegsaufgabe, 2 weiterführenden Aufgaben und einer Abschlussaufgabe.

- Lesen Sie den Aufgabentext gründlich. Klären Sie, worin die eigentliche Aufgabe besteht, und verteilen Sie die Arbeit im Team sinnvoll.
- Für die Bearbeitung der Aufgabe haben Sie 7 Stunden Zeit. Planen Sie genügend Zeit für den Abschlussauftrag ein. Auch das Aufschreiben der Lösung kostet viel Zeit.
- Bevor Sie mit der Arbeit am Abschlussauftrag beginnen, stellen Sie einander ihre Teilergebnisse zu den Voruntersuchungen vor.
- Im Abschlussauftrag geht es ganz entscheidend darum, die beiden Alternativen so klar wie möglich darzulegen und ihre Vor- und Nachteile zu analysieren.
- Die Antworten zu den Voruntersuchungen gehören nicht in die Ausarbeitung des Abschlussauftrages. Diese Resultate werden als Anhang an die Arbeit angefügt. Im Abschlussauftrag kann dann ggf. auf sie verwiesen werden. Denken Sie auch an die Arbeitsblätter mit den Grafiken.
- Sie dürfen für die Bearbeitung der Aufgabe Bücher und einen Computer benutzen.

Dies müssen Sie abgeben:

- Eine klare und ausführliche Beschreibung zweier möglicher Tageseinteilungen sowie eine Vor- und Nachteilsanalyse.
- Als Anlage: Die Ergebnisse zu den Einstiegsaufgaben und den weiterführenden Aufträgen

Die beurteilenden Lehrerinnen und Lehrer erhalten Kopien Ihrer Arbeit. Damit die Kopien gut lesbar sind, halten Sie Ihre Arbeit bitte durchweg im A4-Format, drucken Sie in schwarzweiß und benutzen Sie nur schwarz schreibende Stifte (keinen Bleistift!). Erstellen Sie im Zweifelsfall eine Probekopie. Um eine größtmögliche Objektivität bei der Korrektur zu unterstützen, erwähnen Sie bitte den Namen Ihrer Schule in Ihrer Arbeit nicht.

Wesentliche Beurteilungskriterien sind:

- Lesbarkeit und Verständlichkeit der Beschreibung des Reservierungssystems
- Vollständigkeit der Arbeit
- sinnvoller, richtiger und geschickter Gebrauch von Mathematik
- schlüssige Argumentationen und sinnvolle Begründungen von getroffenen Entscheidungen (hierbei kann der Realitätsbezug von Bedeutung sein)
- Tiefgang der Arbeit: Wie gründlich wurden die einzelnen Punkte ausgearbeitet?
- Gestaltung der Arbeit: Form, Struktur, Sprache, Gebrauch und Funktion der Anlagen, Einsatz von Diagrammen, Tabellen, Zeichnungen usw.

Viel Spaß und Erfolg bei der Bearbeitung der Aufgabe!



Mathematik A-lympiade: Vorrunde 2007-2008

Arbeit mit Pausen

Wir widmen diese Aufgabe der 19. Mathematik A-lympiade Berend Wielens. Berend hat die Melodie der Aufgabe gefunden, aber die Musik nicht mehr hören können.

Einleitung

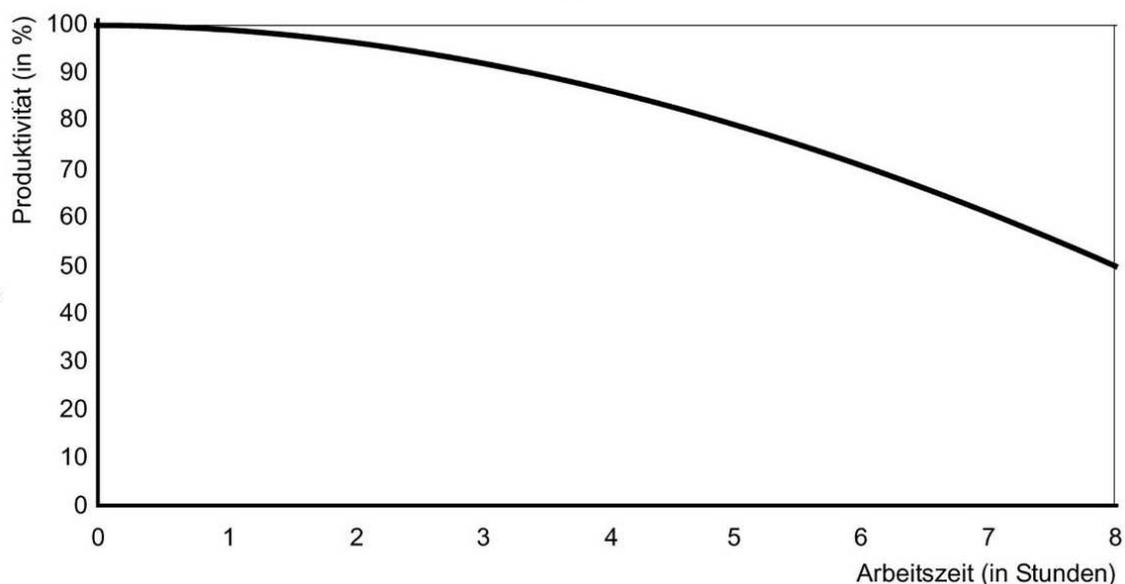
Jeder hat sicherlich schon einmal die Erfahrung gemacht, dass man nicht ununterbrochen durcharbeiten kann. Abgesehen von der Tatsache, dass man beispielsweise ab und zu essen muss, führt die meiste Arbeit nach einer Weile zu körperlicher Ermüdung und nachlassender Konzentration. Ein Autofahrer, der zehn Stunden lang ohne Unterbrechung fährt, ein Lehrer, der acht Stunden lang ununterbrochen korrigiert, ein Journalist, der neun Stunden lang an seinem Computer tippt ... Ermüdung und Konzentrationsverlust können in diesen Fällen zu größeren oder kleineren Katastrophen führen.

Parallel hierzu sinkt bei den meisten Arten von Arbeit die Produktivität. Am besten kann man dies in der Produktion einer Fabrik messen.

Pausen sind also offenbar notwendig, aber ... wie sollten die Pausen am besten eingeteilt werden? Wenige, aber dafür längere Pausen oder gerade viele kurze Pausen, oder eine Mischung hieraus: Wie kann eine optimale Tageseinteilung getroffen werden?

Einstiegsaufgabe

Auf der Basis von Erfahrungen und einer Untersuchung in einem großen deutschen Produktionsbetrieb entstand folgendes globales Bild über den Zusammenhang zwischen Produktivität und der Zahl an Stunden, die bereits gearbeitet wurden (eine genauere Version dieser Grafik findet ihr in der Anlage 1):



Je mehr Stunden am Stück gearbeitet wird, desto geringer wird die Produktivität. Im Diagramm erkennt man unter anderem, dass nach acht Stunden ununterbrochener Arbeit – also Arbeit ohne Pause – die Produktivität auf 50% absinkt.

Aus einer weiteren Studie ist bekannt, dass mit dem Einlegen von Pausen die Produktivität wieder steigt. Direkt nach einer Pause ist die Produktivität eines Werktätigen höher, als direkt davor. Anders gesagt: Die Produktivität steigt während einer Pause wieder auf ein vorheriges, höheres Niveau. Die Studie hat folgende Faustregel hierzu ergeben:

- Nach einer Pause innerhalb der ersten fünf Stunden Arbeitszeit (hiermit ist die Zeit reinen Arbeitens gemeint) erreicht die Produktivität wieder das Niveau, auf dem sie zu demjenigen Zeitpunkt war, der eine Zeitspanne von der 3,5-fachen zeitlichen Pausenlänge vor Pausenbeginn liegt.
An einem Beispiel wird diese Faustregel klar: Wenn ein Werktätiger um 8:00 Uhr mit seiner Arbeit beginnt und dann bis 11:25 Uhr durcharbeitet, dann ist seine Produktivität um 11:25 Uhr bereits auf 90% ihres Höchststandes gesunken. Legt der Beschäftigte dann 40 Minuten Pause ein, so kann er nach der Pause seine Arbeit mit dem Produktivitätsniveau wiederaufnehmen, das er zu dem Zeitpunkt $3,5 \times 40 = 140$ Minuten vor 11:25 Uhr hatte. Findet mit Hilfe der Grafik selbst heraus, wie hoch die Produktivität dann ist.
- Wird die Pause nach mehr als fünf Stunden Arbeit eingelegt, so ist der Effekt etwas geringer: In diesem Fall erreicht die Produktivität nach der Pause das Niveau, auf dem sie zu demjenigen Zeitpunkt war, der eine Zeitspanne von der 3-fachen zeitlichen Pausenlänge vor Pausenbeginn liegt.

Aufgabe 1

Im oben erwähnten Betrieb beginnt der Arbeitstag um 8:00 Uhr morgens und endet um 17:00 Uhr. Um 12:00 Uhr beginnt die einstündige Mittagspause. Für die Beschäftigten des Betriebes dauert ein Arbeitstag also neun Stunden, von denen acht Stunden lang tatsächlich gearbeitet wird.

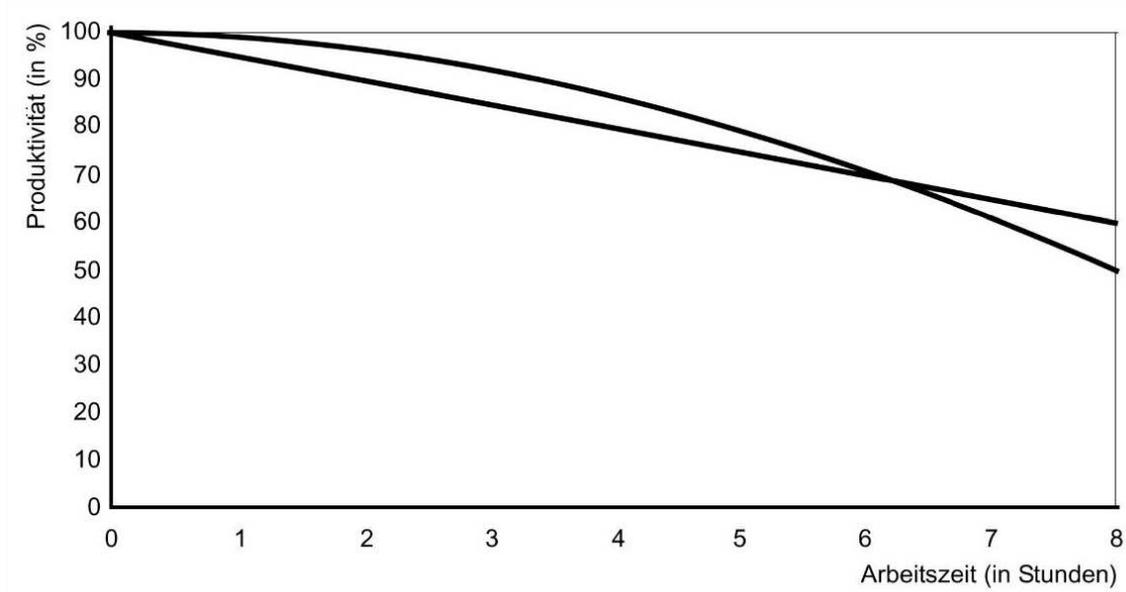
Ein Beschäftigter produziert maximal 600 APE (Arbeitsproduktionseinheiten) pro Stunde. Diese 600 APE pro Stunde sind die *maximale Arbeitsproduktivität*.

Die Direktion ist in erster Linie an der absoluten Produktion eines Beschäftigten an einem Arbeitstag interessiert.

- a) Schätzt an Hand des Diagramms die Gesamtproduktion eines Beschäftigten nach acht Stunden ununterbrochener Arbeit ab. Benutzt hierbei das Diagramm in Anlage 1.
- b) Schätzt auch die Gesamtproduktion eines Beschäftigten bei der gegebenen Tageseinteilung, also mit einer Pause von 12:00 Uhr bis 13:00 Uhr und einem Arbeitstag von 8:00 Uhr bis 17:00 Uhr. Erläutert genau, wie ihr das Diagramm hierbei benutzt.

Weiterführende Aufträge

Um die Arbeitsproduktivität besser berechnen zu können, wird beschlossen, das Modell durch ein gut genähertes lineares Modell zu vereinfachen. Im folgenden Diagramm sind das ursprüngliche und das genäherte lineare Modell gemeinsam dargestellt:



Wie man an der eingezeichneten Geraden erkennt, wird im neuen Modell davon ausgegangen, dass die Arbeitsproduktivität bei einer pausenlosen Arbeit von 8 Stunden linear von 100% auf 60% absinkt.

Aufgabe 2

- Berechnet nach dem neuen Modell die Gesamtproduktion eines Beschäftigten bei acht Stunden ununterbrochener Arbeit. Benutzt hierzu die Arbeitsblätter aus Anlage 2.
- Berechnet nach dem neuen Modell auch die Gesamtproduktion eines Beschäftigten, der nach der ursprünglich gegebenen Tageseinteilung arbeitet (also mit reiner Arbeitszeit von 8:00 Uhr bis 12:00 Uhr und von 13:00 Uhr bis 17:00 Uhr). Führt hierzu nicht nur eure Berechnungen aus, sondern erklärt eure Überlegungen auch an Hand des Diagramms auf dem Arbeitsblatt in Anlage 2.
- Untersucht, ob die Produktion gesteigert wird, wenn man die einstündige Pause in mehrere kürzere (allerdings gleich lange) Pausen einteilt, die insgesamt eine Stunde dauern. Zu welchen Zeiten werden Pausen welcher Dauer eingelegt und wie groß ist die maximal erreichbare Produktion eines Beschäftigten?

Aufgabe 3

Die meisten Beschäftigten hätten von ihrer freien Zeit am liebsten so viel wie möglich zusammenhängend. Dies kann man durch einen halben oder ganzen freien Tag erreichen, oder es können alle Arbeitstage ein wenig kürzer sein. Ist dies nicht möglich, so hätten die meisten Beschäftigten gerne die jeweilige Dauer einer Pause möglichst lang.

Die Direktion des Betriebes ist bereit, jede Art von Arbeits- und Anwesenheitsszenarien zuzulassen, sofern die Beschäftigten dabei ihren Arbeitstag so einrichten können, dass jeder Einzelne pro Woche zumindest eine Produktion von 19 200 APE erreicht. Der Betrieb ist täglich von 7:30 Uhr bis 18:30 Uhr geöffnet.

- Untersucht, ob diese Produktionsleistung von einem Beschäftigten, der nur an vier Tagen pro Woche im Betrieb arbeitet, erreicht werden kann.
- Untersucht, welche Möglichkeiten für Beschäftigte, die an fünf Tagen der Woche im Betrieb arbeiten, attraktiv sind.

Gebt für jede Möglichkeit die zugehörige Tageseinteilung an und stellt sie grafisch auf einem der Arbeitsblätter in Anlage 3 dar.

Abschlussauftrag

Selbstverständlich legt nicht nur der Arbeitgeber Regeln für die Arbeitszeiten fest. Es gibt Bestimmungen zur Sicherheit und zum Gesundheitsschutz, die einige Auflagen für die Tageseinteilung enthalten. Diese Bestimmungen dienen natürlich dem Schutz der Arbeitnehmer. Weiter unten sind einige der für diesen Betrieb geltenden Bestimmungen aufgelistet.

Die Direktion möchte eine möglichst hohe Produktion erreichen, die Beschäftigten möchten ihre freie Zeit gerne möglichst zusammenhängend haben.

Formuliert mindestens zwei gut untermauerte Vorschläge für eine Tageseinteilung für die Beschäftigten, der sowohl der Betriebsrat (Vertretung der Beschäftigten) wie auch die Direktion zustimmen können. Berücksichtigt dabei

- a) sowohl die Interessen der Arbeitgeber wie auch der Arbeitnehmer
- b) die unten aufgelisteten Regeln zur Sicherheit und zum Gesundheitsschutz
- c) die minimale Produktivität von 19 200 APE pro Woche.

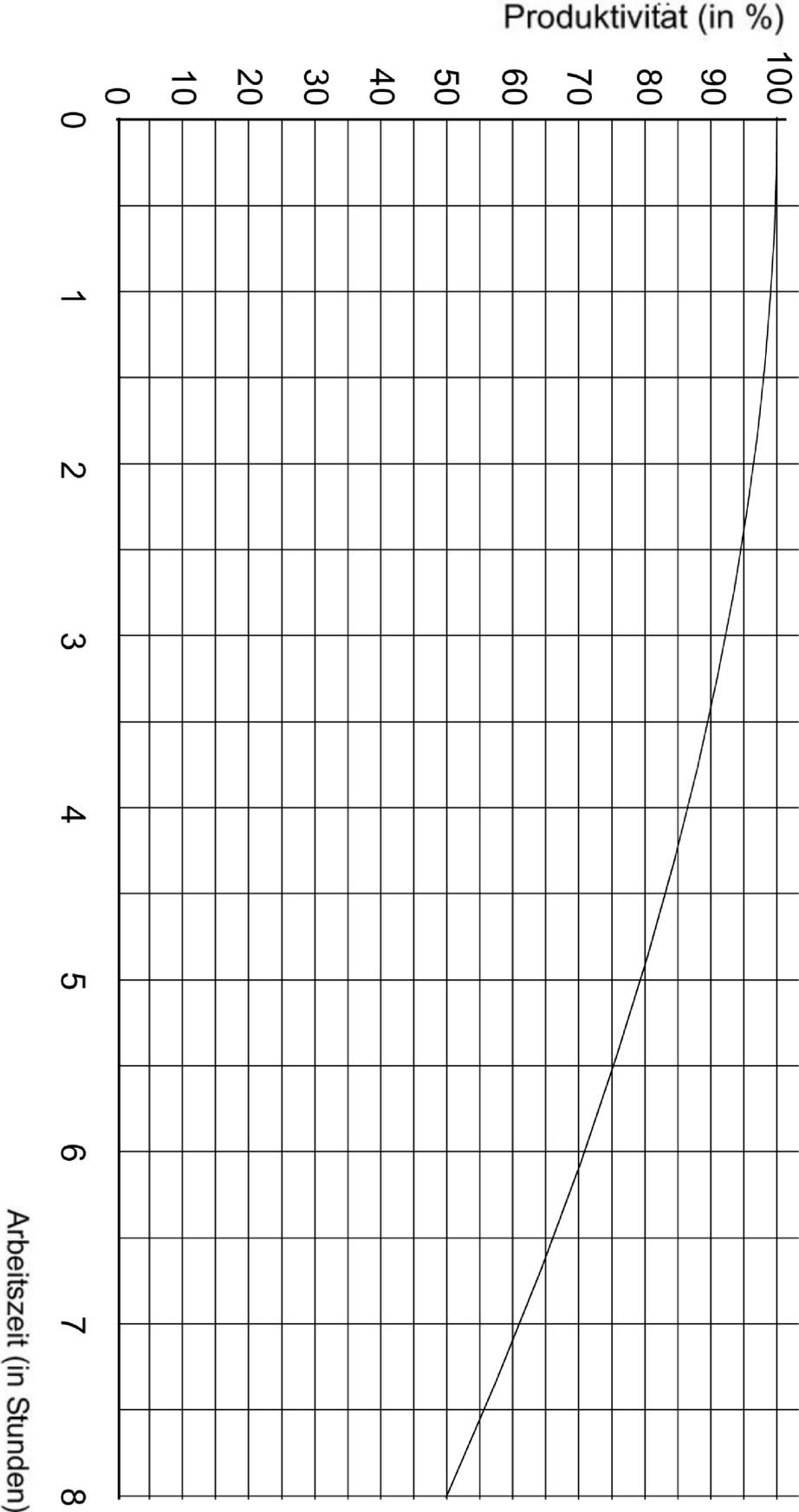
Gebt die Arbeitszeiten und Tageseinteilungen an und bestimmt den Produktionsumfang, der jeweils hiermit verbunden ist. Verdeutlicht eure Ausführungen durch grafische Darstellungen. Benennt und begründet alle Entscheidungen, die ihr getroffen habt, mit ihren Vor- und Nachteilen und erläutert klar und einleuchtend, welche Kriterien ihr zu Grunde legt.

Regeln zur Sicherheit und Gesundheit am Arbeitsplatz

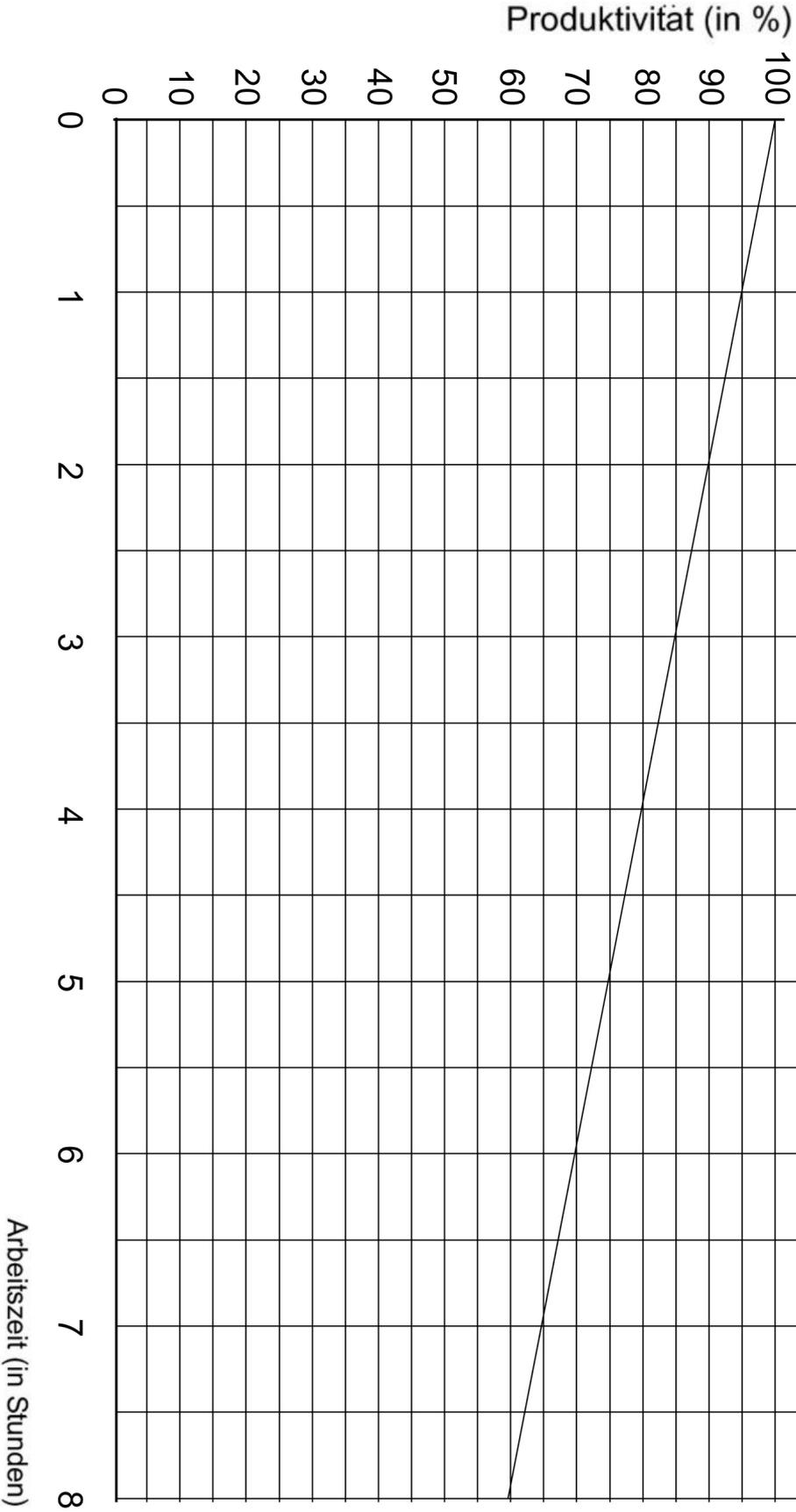
Pausen: Haben Sie einen Werktag von

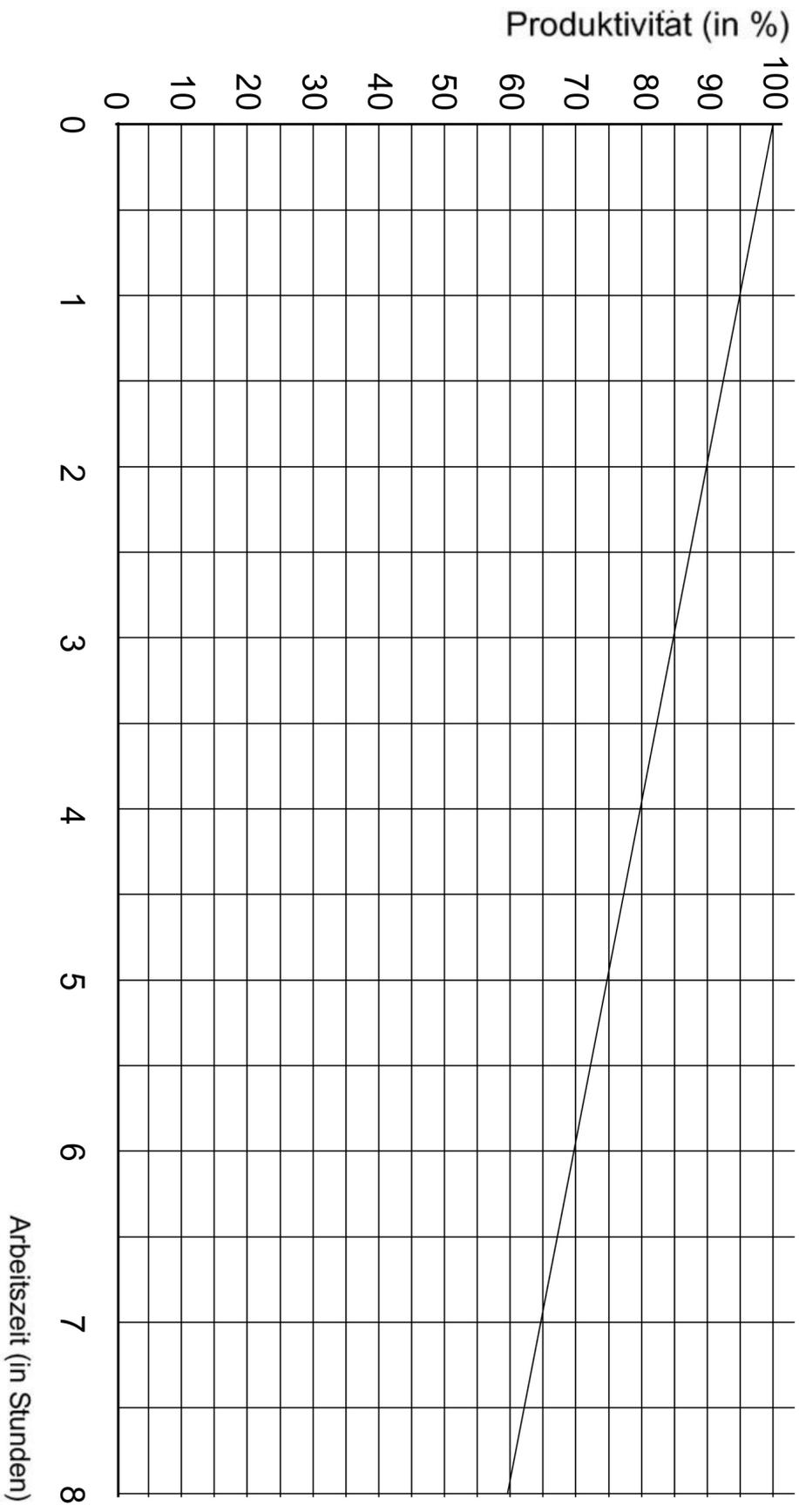
- *mehr als fünfeinhalb Stunden, dann stehen Ihnen mindestens 30 zusammenhängende Minuten Pause zu.*
- *mehr als acht Stunden, dann stehen Ihnen mindestens 45 Minuten Pause zu, von denen 30 Minuten zusammenhängend sind.*
- *mehr als zehn Stunden, dann stehen Ihnen mindestens 60 Minuten Pause zu, von denen 30 Minuten zusammenhängend sind.*

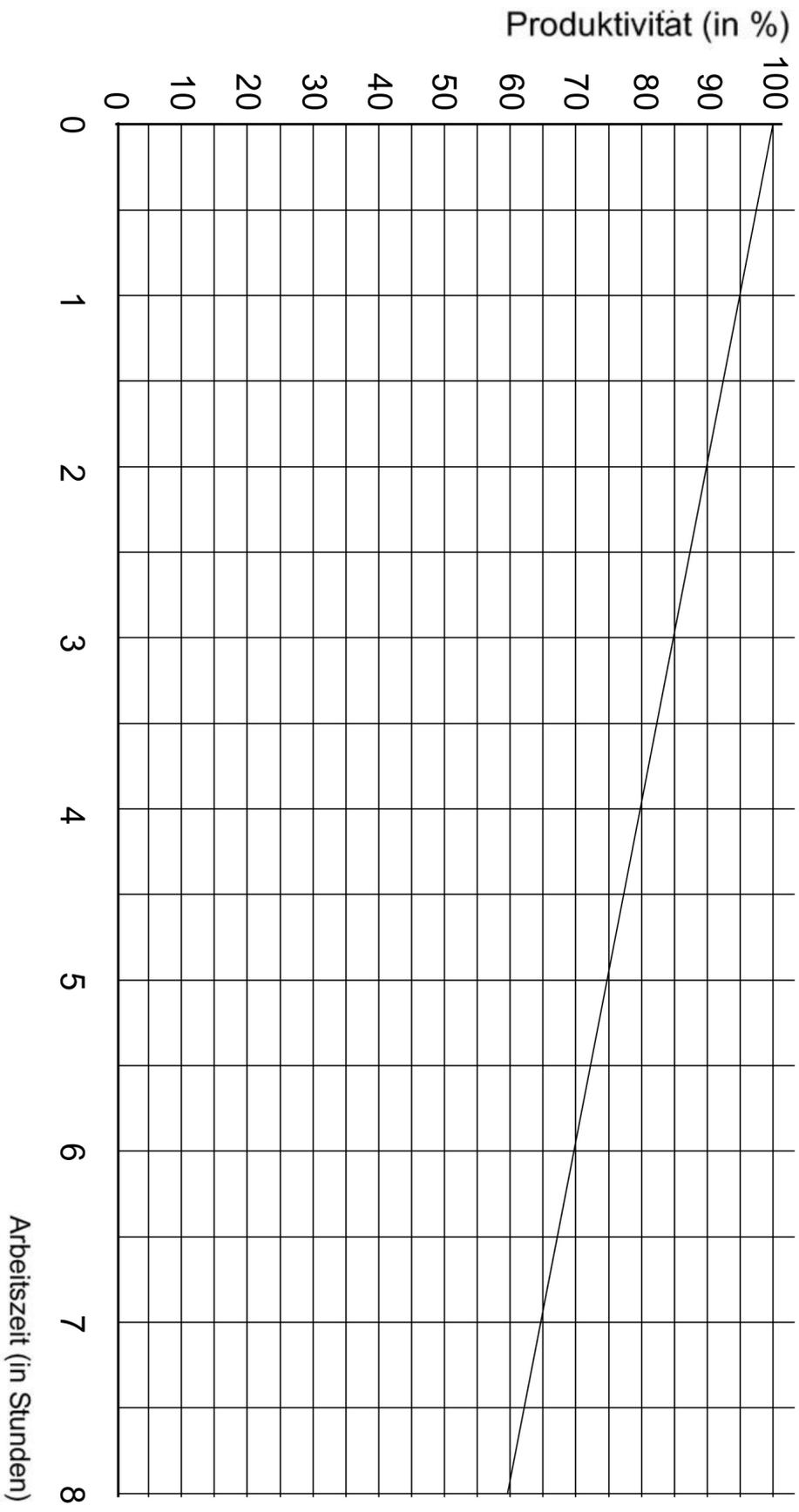
Anlage 1

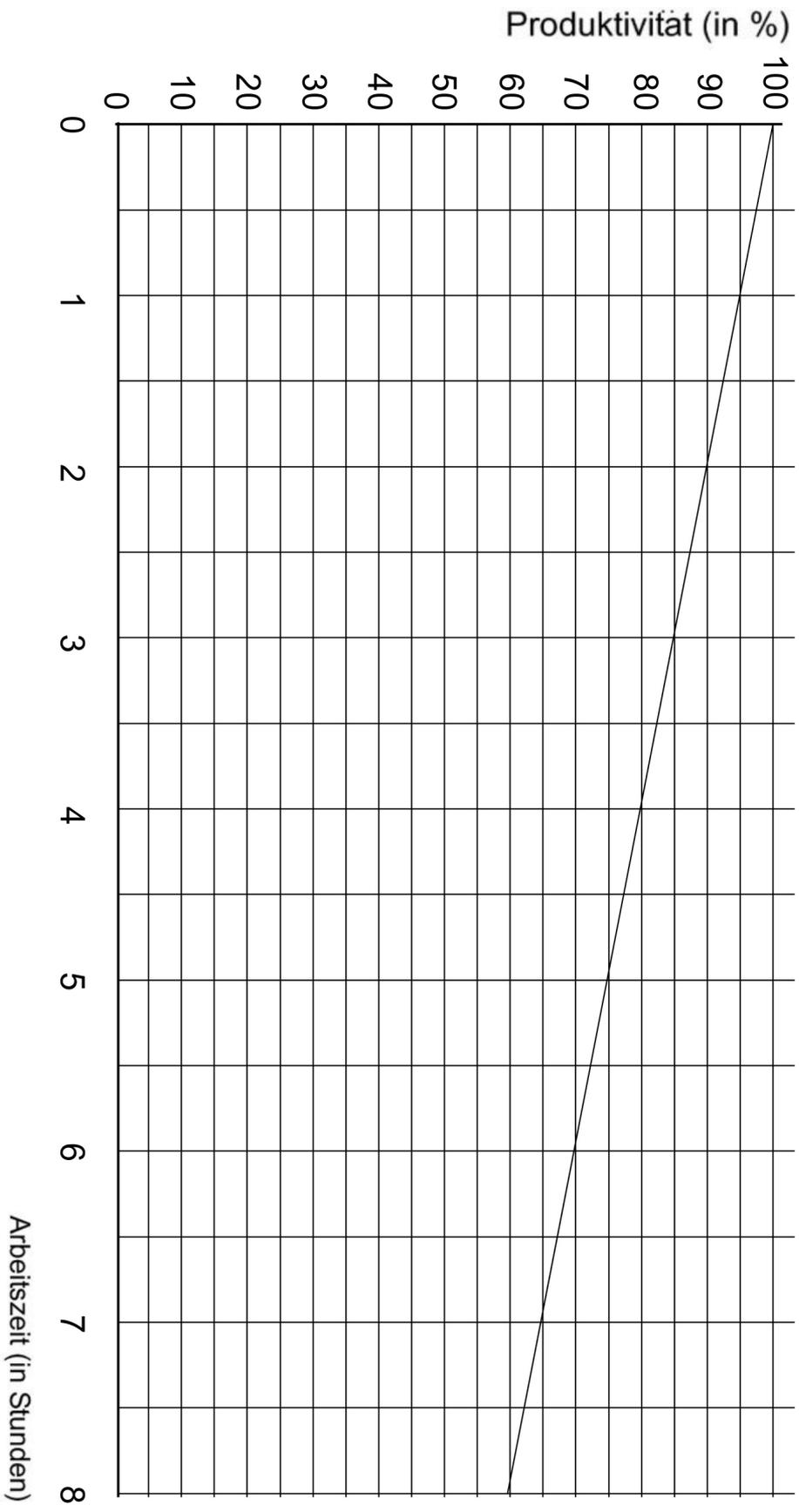


Anlage 2









Anlage 3

