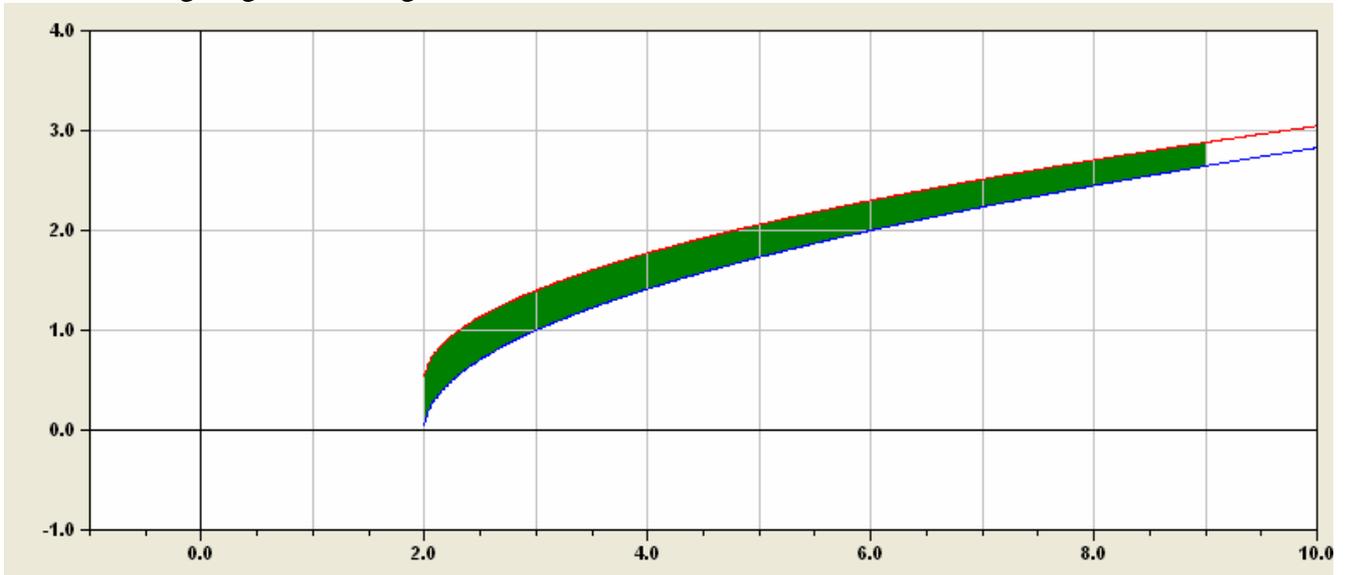


Ein Sektglas soll einen Fuß (parabolischer Umriss) mit 3cm Radius haben und in einer Höhe von 0,5cm am senkrecht verlaufenden Stiel (Durchmesser 1cm) ansetzen, bei 2cm Höhe soll der Stiel enden und der Kelch beginnen, in dem das Getränk Platz findet. Die Glas-Gesamthöhe soll anfangs 9cm betragen. Die Wandung des Kelches wird beschrieben durch

$$f_3(x) = 0,9 \cdot \sqrt{x-2} + 0,5 \text{ (Außenwandung) und } h(x) = \sqrt{x-2} \text{ (Innenwandung)}.$$

Die Abbildung zeigt den anfangs 7cm hohen Kelch des Glases:



Aufgaben:

- Skizzieren Sie im Koordinatensystem den Umriss des Sektglases. Nehmen Sie die Idee der x-Rotation bereits auf.
- Bestimmen Sie die Terme  $f_1(x)$  und  $f_2(x)$  für die Berandung des Fußes und des Stieles.  
Hinweis: Der Fuß endet bei  $x = 0,5$  am Stielrand. Berechnen Sie dazu den Schnittpunkt.  
Zur Kontrolle:  $f_1(x) = -10x^2 + 3$   
**Lösung:  $f_1(x) = -10x^2 + 3$  ;  $f_2(x) = 0.5$  ; Schnittpunkt:  $f_1(x) = f_2(x)$  liefert  $S(\sqrt{(0.3)} / 0.5)$**
- Geben Sie die Terme im GTR ein und vervollständigen Sie das obige Umrissbild des Sektglases. Verwenden Sie dazu  $Y_1$ ,  $Y_2$ ,  $Y_3$  (jeweils mit geklammertem Term und geklammerten Bereichsausagen), also z. B.:  $Y_3 = (0.5 + 0.9 \cdot \sqrt{(X-2)})(X \geq 2)(X \leq 9)$   
**Lösung: Schnittpunkt  $(\sqrt{(0.3)} / 0.5)$ ;  $Y_1 = (-10 \cdot X^2 + 3)(X \geq 0)(X < \sqrt{(0.3)})$  ;  $Y_2 = (0.5)(X \geq \sqrt{(0.3)})(X < 2)$**
- Berechnen Sie mit dem GTR das anfängliche Fassungsvermögen  $V_0$  des Kelches. Geben Sie dazu in  $Y_7$  den Integrandenterm ein, der aus dem Term  $h(x)$  der Innenwandung entsteht, wenn das Rotationsvolumen berechnet werden soll:  $\int \pi \cdot h^2$ . Geben Sie  $V_0$  auf drei Dezimale gerundet an.  
Zur Kontrolle:  $V_0 \approx 77 \text{ cm}^3$ . **Lösung:  $Y_7 = \pi \cdot (x-2)$  und  $V_0 = \text{fnInt}(Y_7, X, 2, 9) \approx 76,969$**
- Der Kelch des Sektglases muss also höher sein als die bisherigen 7cm. Bestimmen Sie die Mindestkelchhöhe (in cm; natürliche Maßzahl!), damit das Glas  $100 \text{ cm}^3$  Sekt nicht nur knapp fassen kann. Geben Sie auch das neue Volumen (auf drei Dezimale genau) an.  
Hinweis: Verwenden Sie die GTR-Funktion II.Calc 7:If(x)dx  
oder besser: Math 9:fnInt(<Term>, <Variable>, <untereGrenze>, <obereGrenze>).  
Zur Kontrolle: Zeigen Sie, dass die Gesamthöhe des Glases nun 11cm ist.  
**Lösung:  $\text{fnInt}(Y_7, X, 2, 10) \approx 100,531$  (zu knapp), aber  $\text{fnInt}(Y_7, X, 2, 11) \approx 127,235$**
- Berechnen Sie den Materialaufwand  $M$  zur Herstellung des Sektglases mit der Höhe 11cm. Geben Sie dazu im GTR die notwendigen Integrandenterme ein und runden Sie  $M$  auf drei Stellen.  
Hinweis: Aktualisieren Sie vor der Integralberechnung den Gültigkeitsbereich in  $Y_3$  in ...( $X \leq 11$ )!  
Zur Kontrolle:  $Y_6 = \pi \cdot (Y_3^2 - x + 2)$  ;  $M \approx 43 \text{ cm}^3$   
**Lösung:  $M = \text{fnInt}(Y_4, X, 0, \sqrt{(0.3)}) + \text{fnInt}(Y_5, X, \sqrt{(0.3)}, 2) + \text{fnInt}(Y_6, X, 2, 11) \approx 8,259 + 1,141 + 33,788 \approx 43,188$**