Information 1:
Für eine binomialverteilte Zufallsgröße X kann nach Bestimmung des Erwartungswertes μ und der Standardabweichung σ zu vorgegebenen Wahrscheinlichkeiten (meist 90%, 95%, 99%) die so genannte $z\sigma$-Umgebung um μ bestimmt werden, innerhalb derer alle Erfolgsanzahlen zusammen die vorgegebene Wahrscheinlichkeit haben.
Meist sind diese Werte μ-$z\sigma$ und $\mu+z\sigma$ aber keine natürlichen Zahlen. Es muss also entschieden werden, welche Erfolgsanzahlen k_1 ($k_1 \approx \mu - z\sigma$) und k_2 ($k_2 \approx \mu + z\sigma$) zu verwenden sind.

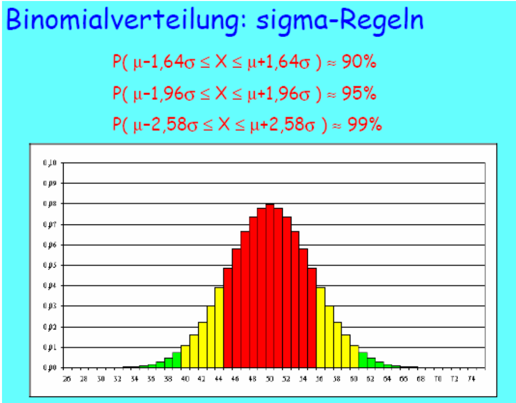

Abbildung aus der Präsentation von Strick: *Stochastik kompakt – worauf es ankommt*

Quelle: Folie 44 aus [http://www.landrat-lucas.de/mint/stochastik/stochastik-ganz-kompakt.pdf]

Wir werden dies an einem einfachen Würfel-Modell diskutieren:
Ein Würfel werde 600mal geworfen und das Auftreten der Augenzahl 6 (AZ 6) beobachtet.

Schluss von der Gesamtheit auf die Stichprobe:
Mit wie vielen Sechsern ist in 95% aller durchgeführten 600-er-Serien zu rechnen?

Die Berechnungen liefern (mit $n=600$; $p=1/6$; $z=1{,}96$; $\mu=100$; $V(X)=83{,}3$; $\sigma=9{,}13$; $z\sigma=17{,}98$)
$\mu - z\sigma = 82{,}02$ und $\mu + z\sigma = 117{,}98$.

Nun sind die Grenzen k_1 und k_2 des Intervalls $[k_1 ; k_2]$ so zu bestimmen, dass sie sicher innerhalb des Intervalls $[\ \mu - z\sigma ; \mu + z\sigma\ ]$ liegen, dieses Intervall ist also einzuengen. Es findet keine Rundung der beiden Werte statt, sondern es werden die geeigneten zugehörigen natürlichen Zahlen gewählt!

Im Beispiel sind also $k_1 = 83$ und $k_2 = 117$ zu wählen. Also ist $P(83 \le X \le 117) \approx 0{,}95$. Damit gilt:
In 95% aller durchgeführten 600-er-Serien werden mindestens 83 und höchstens 117 Sechsern beobachtet.

Information 2:
Für Aussagen zur $z\sigma$-Umgebung um μ (z. B.: „In 95% aller Versuche …“)
ist für das Intervall [k1 ; k2] einzuengen (vgl. Buch Seite 444 – Runden zur sicheren Seite), um nur Erfolgsanzahlen zu benennen, die in der Summe wie gewünscht wahrscheinlich sind.

Zweiseitiger Hypothesentest:
Es wird vermutet, dass ein Würfel nicht regulär ist. Die Hypothese *H_0: Der Würfel ist einwandfrei* wird getestet.
Der 600er-Versuch erbringt 75 [115] Sechser. Wie ist zu entscheiden?

Die Berechnungen liefern wieder die oben gezeigten Werte.

Nun sind die Grenzen k_1 und k_2 des Intervalls $[k_1 ; k_2]$ so zu bestimmen, dass Erfolgsanzahlen außerhalb des Intervalls $[k_1 ; k_2]$ in der Summe wirklich unter 5% wahrscheinlich sind. Das Intervall $[\ \mu - z\sigma ; \mu + z\sigma\ ]$ ist also aufzuweiten. Wieder findet keine Rundung der beiden Werte statt!

Im Beispiel sind also $k_1 = 82$ und $k_2 = 118$ zu wählen. Also ist $1 - P(84 \le X \le 118) \le 0{,}05 = 5\%$.
Das heißt: In höchstens 5% aller durchgeführten 600er-Serien werden weniger als 84 oder mehr als 118 Sechsern beobachtet. Die Entscheidungsregel lautet also: *Verwerfe die Hypothese, dass der Würfel regulär ist, falls weniger als 84 oder mehr als 118 Sechser in einer 600er-Serie beobachtet werden.* Tritt ein solches Versuchsergebnis ein, ist es ein seltenes Ereignis. Verwirft man deshalb die Hypothese H_0 und bestätigt also die Vermutung, so irrt man dabei **höchstens** in 5% aller Versuche mit 600 Würfen.
Im Beispiel ist bei X=75 die Hypothese zu verwerfen, bei X=115 ist keine Entscheidung möglich.

Information 3:
Für Aussagen zum so genannten ‚Annahmebereich’ und zur Entscheidungsregel („Verwerfe die Hypothese …, falls …“) ist für das Intervall [k1 ; k2] aufzuweiten, damit die Irrtumswahrscheinlichkeit sicher unter dem Vorgabewert bleibt (also wirklich höchstens 5% beträgt bei Verwendung der 95%-Umgebung).