

Kommentierte Aufgabenbeispiele zu den Lernstandserhebungen Mathematik

Mittels der Lernstandserhebungen sollen sich Lehrerinnen und Lehrer über die Lernstände ihrer Lerngruppen informieren. Die zentrale Durchführung der Tests ermöglicht es ihnen, die Leistungen ihrer Lerngruppe mit den Leistungen anderer Lerngruppen ihrer Schule und anderer Schulen der gleichen Schulform zu vergleichen.

(Näheres unter → <http://www.learn-line.nrw.de/angebote/lernstand9>)

Die Aufgaben sind so gewählt, dass Stärken und Schwächen im fachlichen Lernen möglichst klar erkennbar werden und sich Hinweise für eine entsprechende Weiterentwicklung des Unterrichts ableiten lassen. Anders als Aufgaben in Klassenarbeiten beziehen sich die Aufgaben nicht unmittelbar auf den vorausgegangenen Unterricht in der betreffenden Lerngruppe. Sie orientieren sich statt dessen an dem mathematischen Wissen und Können (Kompetenzen), über das Schülerinnen und Schüler als Ergebnis langjährigen Mathematikunterrichts zu Beginn des neunten Jahrgangs verfügen sollten.

Die Konstruktion und Zusammenstellung der Aufgaben im Sinne dieser Zielsetzung wird im Folgenden erläutert. Die Originalaufgaben für die Lernstandserhebungen müssen in der laufenden Erprobungsphase verschlossen bleiben; sie werden erst zum Termin der Lernstandserhebungen öffentlich zugänglich gemacht. Um aber vorab einen Eindruck von den Anforderungen und den speziellen Aufgabenformen geben zu können, sind einige Aufgaben aus dem Entwicklungsprozess ausgekoppelt worden. Auf sie wird in den Beispielen Bezug genommen.

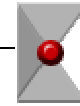
Inhalt:

1. Zusammenstellung der Aufgaben
2. Rückschlüsse aus den Ergebnissen
3. Antworttypen
4. Anforderungstypen
5. Einschränkungen aufgrund des Testformates
6. Kommentierungen der Aufgabenbeispiele

1. Zusammenstellung der Aufgaben

Die Aufgaben der Lernstandserhebungen beziehen sich grundsätzlich auf **alle Kompetenzbereiche der Kernlehrpläne für das Fach Mathematik**:

fachbezogene Kompetenzen					
		Argumentieren und Kommunizieren	$\frac{x+y}{2}$	Arithmetik/ Algebra	mit Zahlen und Symbolen umgehen
		Probleme erfassen, erkunden und lösen		Funktionen	Beziehungen und Veränderung beschreiben und erkunden
		Modelle erstellen und nutzen		Geometrie	ebene und räumliche Strukturen nach Maß und Form erfassen
		Medien und Werkzeuge verwenden		Stochastik	mit Daten und Zufall arbeiten



Diese Kompetenzbereiche, einschließlich der **prozessbezogenen Kompetenzen**, entsprechen durchaus den zurzeit noch gültigen Lehrplänen. Sie sind in den neuen Kernlehrplänen allerdings konkreter beschrieben und auf einen Kern reduziert. Auf diesen **Kern** beschränken sich die Aufgaben der Lernstandserhebungen.

Die Lernstandserhebungen sollen u. a. Gelegenheit geben, Informationen über diese prozessbezogenen Kompetenzen in den Lerngruppen zu erhalten. Dazu wird in jedem Jahr ein prozessbezogener Kompetenzbereich besonders betont. Im ersten Jahr (Schuljahr 2004/05) wird dies das **Modellieren** sein. Hierzu wird es sowohl einfache Basisaufgaben geben als auch Aufgaben, bei denen das Modellieren in größeren Zusammenhängen erforderlich ist.

Beispielaufgaben: Veränderungen in Grafen; Papiergrößen; Internetanbieter

2. Rückschlüsse aus den Ergebnissen

Wesentliches Ziel der Lernstandserhebungen ist eine Übersicht über die Lerngruppe. Daneben ermöglichen die Ergebnisse – wie bei Klassenarbeiten – Hinweise zu spezifischen Stärken und Schwächen und damit zum Förderbedarf von einzelnen Schülerinnen und Schülern („Diagnostik“). Dabei kann die Zuordnung der Aufgaben zu Kompetenzbereichen genutzt werden, um individuelle Profile zu bilden: Im konkreten Einzelfall zeigen sich etwa Stärken in einem bestimmten Bereich, in einem anderen dagegen Schwächen. Bei offenen Aufgabenformaten (s.u.) können Lehrerinnen und Lehrer zudem Informationen über die Ansätze und Lösungswege einzelner Schüler gewinnen.

Als unterstützende Maßnahme für individuelle „Diagnosen“ werden in einer vorgeschalteten Erprobung der Testaufgaben Informationen über typische Schülerfehler gesammelt, aufbereitet und kommentiert. Diese stehen den Lehrerinnen und Lehrern dann bei der Auswertung zur Verfügung.

Die Ergebnisse der Lernstandserhebung können allerdings nicht umfassend über einzelne Schülerinnen und Schüler Auskunft geben. Erst im Zusammenspiel mit der genauen Kenntnis der Lerngruppe und ihrer Lerngeschichte kann die zuständige Lehrkraft Urteile über mögliche Ursachen für etwaige Defizite und Förderbedarfe bilden.

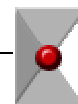
Insbesondere lässt sich aus den Testergebnissen nicht auf einfache Weise eine Schulnote ermitteln, da der landesweite Test nicht auf die Besonderheiten der einzelnen Lerngruppe und ihr Leistungsvermögen abgestimmt ist. Die Aufgaben decken ein breites Spektrum von Schwierigkeitsgraden ab und können für eine spezielle Lerngruppe in ihrer Gesamtheit sehr leicht oder sehr schwierig erscheinen.

→Beispielaufgabe: Veränderungen in Grafen Teil b)

3. Antworttypen

Unter den Aufgaben befinden sich **unterschiedliche Antworttypen**:

- Aufgaben mit **geschlossenen Antworten**: Bei ihnen gibt es im Wesentlichen nur einen Lösungsweg, und die Schülerinnen und Schüler schließen das Ergebnis ihrer Überlegungen durch das Eintragen eines Buchstabens oder eines Kreuzes ab. Hierbei ist immer nur *ein* Ergebnis richtig, um das Ausfüllen für die Schülerinnen und Schüler nicht zu kompliziert zu machen. Ausgewertet wird nur, ob das Ergebnis richtig ist. Um die Ratewahr-



scheinlichkeit zu verringern, werden oft mehrere Antworten bei der Auswertung zusammengefasst.

→**Beispielaufgaben: Veränderungen in Grafen, Teil a); Internetanbieter, Teil b)**

- Aufgaben mit **halboffenen Antworten**: Sie sind eher typisch für herkömmliche Mathematikarbeiten. Schülerinnen und Schüler führen eine Rechnung durch, die bewertet wird.

→**Beispielaufgabe: Internetanbieter, Teil a)**

Ggf. tragen sie das Ergebnis in einen offenen Ergebniskasten ein, wobei der Rechenweg – im Hinblick auf die Bewertung - keine Rolle spielt. Informationen über den Rechenweg lassen sich den Aufzeichnungen zwar entnehmen, gewertet wird hier jedoch anders als in Klassenarbeiten nur das richtige Ergebnis (ggf. sind auch mehrere Ergebnisse richtig, wie bei *Terme2*).

→**Beispielaufgaben: Papiergrößen; Terme2**

- Aufgaben mit **offenen Antworten**: Hier müssen Schülerinnen und Schüler eigene Rechnungen oder Texte erstellen – meist sind es Begründungen. Diese Aufgaben benötigen für die auswertende Lehrkraft möglichst präzise Beschreibungen der Lösungserwartungen (so genannte „Codierungsschlüssel“), in denen genau festgelegt wird, wann eine Antwort als richtig gilt.

→**Beispielaufgabe: Veränderungen in Grafen, Teil b)**

Alle drei Formate kommen etwa gleich häufig unter den Aufgaben vor. Sie haben ihre spezifischen Vor- und Nachteile:

	Vorteile	Nachteile
geschlossene Antwortformate	leichte Auswertung	Schülerideen / Zwischenrechnungen werden nicht sichtbar
offene Antwortformate	Schülerideen / Zwischenrechnungen werden sichtbar	schwierige „objektive“ Auswertung

4. Anforderungstypen

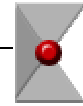
Die Aufgaben stellen unterschiedliche Anforderungen an die Schülerinnen und Schüler.

- Es gibt Aufgaben, die einfache Basisfertigkeiten abfragen. Sie sind weder in einen Kontext eingebettet noch künstlich „eingekleidet“, sondern kommen direkt zum mathematischen Sachverhalt.

→**Beispielaufgabe: Terme2**

- Andere Aufgaben verlangen umfangreichere Überlegungen, vor allem solche, bei denen die mathematische Darstellung einer Situation erst gefunden werden muss. Solche Aufgaben erfordern also ein „Modellieren“.

→**Beispielaufgaben: Papiergrößen1 Teil, c); Internetanbieter, Teil a)**



- Bei jedem der Aufgabentypen kommt es vor, dass verschiedene Ansätze, Lösungswege (grafisch, rechnerisch, tabellarisch, probieren, ...) oder Darstellungen (Bruchzahl, Dezimalzahl,..) möglich sind. Hier werden alle zielführenden Ansätze als richtig gewertet, denn es geht nicht um das Befolgen einer bestimmten Regel („Fertigkeit“), sondern um das erfolgreiche Anwenden mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten in verschiedenen Situationen („Kompetenz“).

→**Beispielaufgaben: Daten, Teil b); Internetanbieter, Teil a)**

- Bei manchen Aufgaben werden zunächst einfache Verständnisfragen gestellt, um auch bei Schülerinnen und Schülern, die mit der Aufgabe nicht sehr weit kommen, festzustellen, in wie weit ein Grundverständnis vorhanden ist. Leistungsstarke Schülerinnen und Schüler werden durch solche Teilaufgaben wenig gefordert, werden sie aber problemlos mitbearbeiten.

5. Einschränkungen aufgrund des Testformates

Für Lernstandserhebungen wird ein so genannter „Papier und Bleistift“-Test eingesetzt. In diesem Rahmen sind z. B. soziale Kompetenzen bei der Teamarbeit nicht überprüfbar. Des Weiteren sind für die Lernstandserhebungen beispielsweise *nicht* geeignet:

- **Umfangreiche Arbeitsformen:** Beispielsweise kann das Sammeln von Daten nicht während des Tests durchgeführt werden.

→**Beispielaufgabe: Daten**

- **Das Arbeiten mit neuen Medien:** Während des Tests stehen keine Tabellenkalkulationen oder Funktionenplotter zur Verfügung; der Taschenrechnereinsatz hingegen wird vorausgesetzt.

Bei Geometrieaufgaben können für das saubere Arbeiten Geodreieck, Lineal und Zirkel nötig sein. Eine strenge Konstruktion nur mit Zirkel und Lineal ist nicht Kernanforderung im Sinne der Kernlehrpläne und wird nicht verlangt.

6. Kommentierungen der Aufgabenbeispiele

Daten

Die Aufgabe *Daten* soll in einem einfachen Kontext mathematische Basisfertigkeiten im Bereich *Stochastik* testen. Bei Teilaufgabe a) geht es um die Berechnung des arithmetischen Mittels aus sechs vorgegebenen Werten. Bei Teilaufgabe b) soll der Anteil (relative Häufigkeit) bestimmt werden, den zwei dieser sechs Werte gemeinsam an der Summe der Werte haben. Es handelt sich also um Kompetenzen, die von den Schülerinnen und Schülern am Ende der Doppeljahrgangsstufe 5/6 erwartet werden. Die zugehörige getestete Teilkompetenz aus den Kernlehrplänen ist *Auswerten*.

Prozente

Die Aufgabe *Prozente* fragt nicht nur die Grundaufgaben der Prozentrechnung in möglichen Alltagssituation ab, sondern fordert auch den Einsatz grundlegender Kompetenzen aus den Bereichen *Argumentieren*, *Modellieren* und *Funktionen*. Sie variiert in ihren vier Teilaufgaben das Anforderungsniveau von der einfachen Berechnung des Prozentwertes über eine durch Rechnung zu begründende Entscheidung für ein Ergebnis einer Prozentsatzberechnung bis zur ausführlichen Darstellung der Bestimmung eines Grundwertes.

Terme 1 & Terme 2

Die Aufgaben *Terme1* und *Terme2* sollen kontextfrei mathematische Basisfertigkeiten im Bereich *Arithmetik/Algebra* testen. Da es hier insbesondere um den adäquaten Umgang mit Variablen geht, werden Kompetenzen getestet, die zum Ende der Doppeljahrgangsstufe 7/8 (z.T. schon nach 5/6) von den Schülerinnen und Schülern erwartet werden.

Bei der Aufgabe *Terme1* geht es um eine konventionelle, geschlossene Aufgabenstellung. Die Schülerinnen und Schüler sollen einen vorgegebenen Term für vorgegebene Werte von Variablen auswerten. Die Teilaufgaben a)-c) sind im Sinne einer Progression der Anforderungen aufgebaut. Bei a) ist nur eine Variable involviert, bei b) zwei und bei c) kommt zusätzlich das Problem der Klammersetzung gegenüber b) dazu. Die getestete Teilkompetenz aus den Kernlehrplänen ist *Operieren* aus dem Bereich Arithmetik/Algebra.

Bei der Aufgabe *Terme2* wurde die Aufgabenstellung durch Zielumkehr geöffnet. Für vorgegebene Werte von Variablen wurde der Wert eines gesuchten Terms angegeben. Hier gibt es unendlich viele Lösungen. Der Lösungsweg ist offen, die Schülerinnen und Schüler können zu verschiedenen richtigen Ergebnissen gelangen. Daher ist die getestete Teilkompetenz hier ebenfalls *Operieren*.

Veränderungen in Grafen

Die Aufgabe *Veränderungen in Grafen* konzentriert sich auf einen bestimmten Aspekt des Modellierens: Das Realisieren. Dabei geht es darum, zu einem mathematischen Modell (hier ein Graf) eine passende Realsituation zu finden.

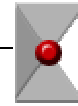
Teil a) ist ein geschlossenes Antwortformat, die Lösungen sind als Vorschläge angegeben.

Teil b) ist hingegen wesentlich offener. Hier können Schüler völlig frei formulieren. Der Auswertungsbogen zeigt, dass hier zwei verschiedene Stufen bewertet werden:

1. Stufe: Hat der Schüler die elementare Bedeutung der Darstellung als Graf erfasst und die Zunahme einer Größe beschrieben?
2. Stufe: Hat der Schüler differenziert wahrgenommen, auf welche Weise das Wachstum sich verändert?

Papiergrößen

Die Aufgabe *Papiergrößen* soll in einem anspruchsvolleren Kontext Kompetenzen aus den Bereichen *Argumentieren*, *Geometrie* und *Funktionen* testen, die am Ende der Doppeljahrgangsstufe 7/8 von den Schülerinnen und Schülern erwartet. Die Teilaufgaben a)-c) sind im Sinne einer Progression der Anforderungen aufgebaut. Auf Grund des textlich dargebotenen anspruchsvolleren Kontextes wird in allen Teilaufgaben die Teilkompetenz *Lesen* aus den Kernlehrplänen getestet. Darüber hinaus testen alle Teilaufgaben auf Grund des Konstruktionsprinzips der Papiernormen die Teilkompetenz *Anwenden* aus dem Bereich Geometrie. Bei



Teilaufgabe a) geht es um eine einfache Anwendung des Konstruktionsprinzips. Teilaufgabe b) verlangt eine mehrschrittige Bearbeitung und ist offener und fehleranfälliger. Teilaufgabe c) ist offen und komplex, insbesondere müssen verschiedene Konzepte vernetzt und angewendet werden. Hier werden zusätzlich die Teilkompetenzen *Messen* aus dem Bereich Geometrie und *Anwenden* aus dem Bereich Funktionen getestet.

Internetanbieter

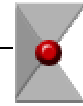
Die Aufgabe *Internetanbieter* legt einen Schwerpunkt auf den prozessbezogenen Bereich des Modellierens. Dies geschieht im Kontext des Inhaltsbereiches Funktionen.

Die Teilaufgabe a) stellt ein halboffenes Format dar. Hier kann es verschiedene Lösungsansätze geben. Das Aufstellen eines Terms, der die angegebene Realsituation mathematisch beschreibt, ist nur einer der möglichen Ansätze. Neben dem richtigen Ansatz wird auch die rechnerische Richtigkeit der Lösung überprüft.

Teilaufgabe b) ist im Rahmen eines geschlossenen Aufgabenformates konzipiert. Die Schülerinnen und Schüler interpretieren Grafen und beziehen sie auf die vorgegebene Realsituation. Hierbei geht es darum, passende mathematische Modelle (Grafen) zu validieren und auszuwählen. Zur Lösung können die Schülerinnen und Schüler ihre Ergebnisse aus der Teilaufgabe a) heranziehen und in Bezug setzen. Sie können die Teilaufgabe b) aber auch unabhängig von a) lösen.

7. Aufgabenbeispiele

Die folgenden Aufgaben entstammen dem Arbeitsprozess der Aufgabenkonstruktion. Sie sind so dargestellt, wie sie auch in die Testhefte eingehen würden. Da sie veröffentlicht werden, finden sie sich natürlich nicht in dieser Form im Herbst 2004 in den Testheften wieder. Sie spiegeln aber sowohl in der Breite als auch im Aufbau die Aufgaben der Lernstandserhebungen Mathematik wider und wurden mit Schülerinnen und Schülern erprobt („präpilotiert“) wie alle anderen Aufgaben.

**Daten**

Sechs Jugendliche verteilen gemeinsam Werbezettel an Haushalte ihres Stadtteils. Die folgende Tabelle zeigt, wer wie viele Werbezettel verteilt hat:

Annika	240
Luka	180
Nadine	160
Peter	300
Roxanna	220
Vivian	340

a)

Wie viele Werbezettel haben die Jugendlichen im Durchschnitt (arithmetisches Mittel) verteilt?

Ergebnis: Werbezettel

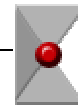
Platz für Berechnungen:

b)

Welchen Anteil der verteilten Werbezettel haben Vivian und Peter zusammen verteilt?

Ergebnis:

Platz für Berechnungen:

**Daten** - Auswertungsschlüssel

Bezug zum Kernlehrplan:

a)-b)

Kompetenzbereich	Teilbereich	Schülerinnen und Schüler ...
Stochastik (Jg. 6)	Auswerten	Bestimmen relative Häufigkeiten, arithmetisches Mittel und Median

a)

Lösung: z. B.: Der Schüler bzw. die Schülerin addiert die Werte zu 1440 und teilt diese Summe durch 6.

Akzeptiert wird

Ergebnis:

240

Werbezettel

ja nein **Die Antwort ist richtig.**

b)

Lösung: z. B.: Er/Sie addiert die Werte aller Jugendlicher zu 1440 und die von Vivian und Peter zu 640. Anschließend teilt er/sie 640 durch 1440 und erhält eine der akzeptierten Ergebnisdarstellungen.

Akzeptiert werden

Ergebnis:

44 %

oder

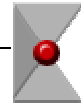
4/9

oder

0,44

oder eine genauere Angabe des Anteils als Dezimalbruch oder Prozentwert.

ja nein **Die Antwort ist richtig.**



Prozente

Ausverkauf im Kaufhaus Ciconia! Auf alle Artikel gibt es 45 % Rabatt!

a) Ali staunt: Für dieses Fernsehgerät hätten wir vorher 540 € bezahlt und heute sparen wir dabei €!



b) Passt dieses Preisschild zum Ausverkauf des Kaufhauses Ciconia? Kreuze die richtige Antwort an!

Ja, denn es wurden 45 % Rabatt gewährt.	<input type="checkbox"/>
Nein, denn es wurden 64 % Rabatt gewährt.	<input type="checkbox"/>
Nein, denn es wurden 40 % Rabatt gewährt.	<input type="checkbox"/>
Nein, denn es wurden 60 % Rabatt gewährt.	<input type="checkbox"/>



c) Yvonne kauft beim Ausverkauf im Kaufhaus Ciconia einen Discman. Sie zahlt jetzt für ihren Discman 33,55 €. Schreibe auf, wie Yvonne den alten Preis berechnen kann:

Der alte Preis war €.

Prozente - Auswertungsschlüssel:

Bezug zum Kernlehrplan:

a) – c)

Kompetenzbereich	Teilbereich	Schülerinnen und Schüler ...
Argumentieren	Lesen	ziehen Informationen aus einfachen mathemathikhaltigen Darstellungen (Text, Bild, Tabelle, Graf)
Funktionen	Anwenden	berechnen Prozentwert, Prozentsatz und Grundwert in Sachzusammenhängen

- a) Ali staunt: Für dieses Fernsehgerät hätten wir vorher 540 € bezahlt und heute sparen wir dabei €!

Der Lösungsweg bleibt dem Schüler überlassen und braucht nicht dokumentiert zu werden.

ja nein
Die Antwort ist richtig.

- b) Passt dieses Preisschild zum Ausverkauf des Kaufhauses Ciconia? Kreuze die richtige Antwort an!

Ja, denn es wurden 45 % Rabatt gewährt.	<input type="radio"/>
Nein, denn es wurden 64 % Rabatt gewährt.	<input type="radio"/>
Nein, denn es wurden 40 % Rabatt gewährt.	<input checked="" type="radio"/>
Nein, denn es wurden 60 % Rabatt gewährt.	<input type="radio"/>

Auch bei dieser Aufgabe braucht der Lösungsweg nicht dokumentiert zu werden. Die Trefferwahrscheinlichkeit durch Raten liegt bei 25 %.

ja nein
Nur die richtige Antwort ist angekreuzt.

- c) Yvonne kauft beim Ausverkauf im Kaufhaus Ciconia einen Discman. Sie zahlt jetzt für ihren Discman 33,55 €. Schreibe auf, wie Yvonne den alten Preis berechnen kann:

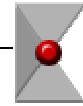
Lösungsbeispiel im Dreisatz-Schema und Bewertungshinweise:

$$\begin{array}{l|l}
 55\% & 33,55\text{€} \\
 1\% & \frac{33,55}{55}\text{€} \\
 100\% & \frac{33,55 \cdot 100}{55}\text{€} = \underline{\underline{61,00\text{€}}}
 \end{array}$$

Der alte Preis war €.

Neben dem hier aufgezeigten Weg sind auch andere, die nachvollziehbar zum richtigen Ergebnis führen (z. B. $33,55 : 0,55$), als Lösung anzuerkennen. Ohne einen solchen Weg muss die Aufgabe als „nicht gelöst“ bewertet werden, auch wenn im Lösungskästchen der richtige Wert eingetragen steht. Sollte das Lösungskästchen leer sein, so ist bei korrektem Lösungsweg die Aufgabe als „gelöst“ zu bewerten.

ja nein
Die Aufgabe ist im Sinne der Bewertungshinweise richtig gelöst.

**Terme**

a)

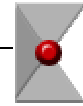
Welchen Wert hat der Term $3 \cdot (x + 2)$ für $x = 4$?Ergebnis: *Platz für Berechnungen:*

b)

Welchen Wert hat der Term $3 \cdot x + 4 \cdot y$ für $x = 2$ und $y = 3$?Ergebnis: *Platz für Berechnungen:*

c)

Welchen Wert hat der Term $x \cdot (3 + y)$ für $x = 2$ und $y = 3$?Ergebnis: *Platz für Berechnungen:*

**Terme1** - Auswertungsschlüssel

Bezug zum Kernlehrplan:

a)-c)

Kompetenzbereich	Teilbereich	Schülerinnen und Schüler ...
Arithmetik/Algebra	Operieren	Fassen Terme zusammen, multiplizieren sie aus

a)

Welchen Wert hat der Term $3 \cdot (x + 2)$ für $x = 4$?

Ergebnis:

18

ja nein
Die Antwort ist richtig.

b)

Welchen Wert hat der Term $3 \cdot x + 4 \cdot y$ für $x = 2$ und $y = 3$?

Ergebnis:

18

ja nein
Die Antwort ist richtig.

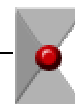
c)

Welchen Wert hat der Term $x \cdot (3 + y)$ für $x = 2$ und $y = 3$?

Ergebnis:

12

ja nein
Die Antwort ist richtig.

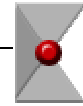


Terme2

Gib einen Term mit den Variablen x und y an.
Der Term soll für $x = 2$ und $y = 3$ den Wert 15 haben.

Lösung:

Platz für Berechnungen:

**Terme2** - Auswertungsschlüssel

Bezug zum Kernlehrplan:

Kompetenzbereich	Teilbereich	Schülerinnen und Schüler ...
Arithmetik/Algebra	Anwenden	verwenden ihr Kenntnisse über rationale Zahlen und einfache lineare Gleichungen zur Lösung inner- und außermathematischer Probleme

Gib einen Term an, der die Variablen x und y enthält und der den Wert 15 hat, wenn $x = 2$ und $y = 3$ ist.

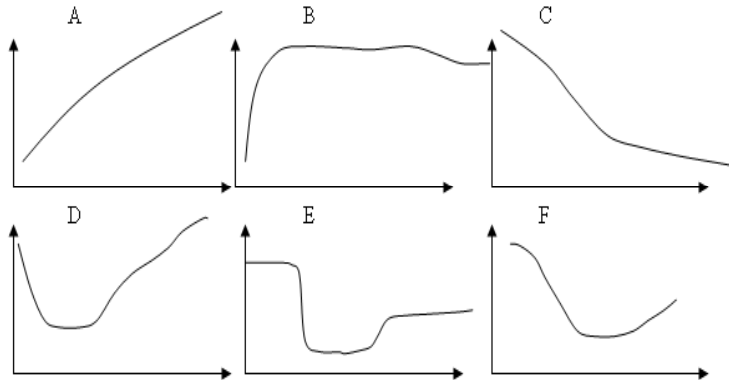
Lösung: Schülerinnen und Schüler finden durch mehr oder weniger systematisches Probieren bzw. durch Festlegen eines Faktors für eine Variable und Ausrechnen des Faktors für die zweite Variable oder auf ähnlichen Wegen einen passenden Term (der also für $x = 2$ und $y = 3$ ausgewertet 15 ergibt).

Mögliche Terme: $3 \cdot x + 3 \cdot y$ oder $(x + 3) \cdot y$ oder $6 \cdot x + y$ oder $0 \cdot x + 0 \cdot y + 15$ oder ...

ja **nein**
Die Antwort ist richtig.

Veränderungen in Grafen

a) Welcher Graf passt zu welcher Aussage?

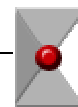


• Kurz nach der Eröffnung des neuen Vergnügungsparks nahmen die Besucherzahlen stark ab. Inzwischen kommen aber immer mehr Besucher und zuletzt sogar mehr als bei der Eröffnung. Graf _____

• Nachdem ein Sprinter in der ersten Sekunde seine Höchstgeschwindigkeit erreicht hat, kann er sie fast bis zum Schluss halten. Graf _____

b) Beschreibe mit ein oder zwei Sätzen eine Situation, bei der sich eine Größe mit der Zeit so verändert, wie es im Grafen dargestellt ist.





Veränderungen in Grafen - Auswertungsschlüssel

Bezug zum Kernlehrplan:

a)-b)

Kompetenzbereich	Teilbereich	Schülerinnen und Schüler ...
Funktionen	Interpretieren	interpretieren Grafen
Modellieren	Realisieren	ordnen einem mathematischen Modell (Graf) eine passende Realsituation zu

a)

- Kurz nach der Eröffnung des neuen Vergnügungsparks nahmen die Besucherzahlen stark ab. Inzwischen kommen aber immer mehr Besucher und zuletzt sogar mehr als bei der Eröffnung. Graf D
- Nachdem ein Sprinter in der ersten Sekunde seine Höchstgeschwindigkeit erreicht hat, kann er sie fast bis zum Schluss halten. Graf B

ja nein

Beide Grafen sind richtig angegeben.

b)

Der Schüler bzw. die Schülerin beschreibt eine Situation, in der eine Größe mit der Zeit verändert (zunimmt), z. B.:

- Akzeptiert: „*Je länger man tankt, desto mehr Benzin ist im Tank.*“, „*Der Wert des Bildes hat in den letzten Jahren zugenommen.*“, „*Morgens wird es immer wärmer.*“, „*Das Baby wächst, wenn es älter wird.*“, „*Peter läuft immer schneller.*“
- Nicht akzeptiert: „*Eine Maus läuft von links unten nach rechts oben.*“, „*Ein Fahrrad fährt um die Kurve.*“, „*Die Temperatur verändert sich.*“, „*Erst wird es immer wärmer, dann nicht mehr.*“

ja nein

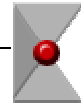
Die Zunahme einer Größe in einer realen Situation wird beschrieben.

Er/Sie deutet an, dass die Zunahme der Größe anfangs größer und später geringer ist, bzw. dass die Zunahme geringer wird.

- Akzeptiert: „*Der Porsche beschleunigt zuerst stark, dann wird er nur noch wenig schneller.*“, „*Der Wert des Bildes hat erst sehr stark zugenommen, dann ist er schwächer gestiegen.*“, „*Peter ist sehr schnell losgerannt, dann etwas langsamer geworden.*“
- Nicht akzeptiert werden hier z. B. die Beschreibungen von oben, die zwar ein Wachstum beschreiben, nicht jedoch die Verlangsamung des Wachstums.

ja nein

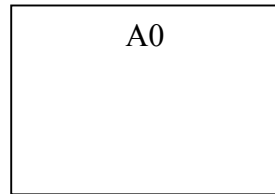
Die Verlangsamung der Zunahme wird beschrieben.



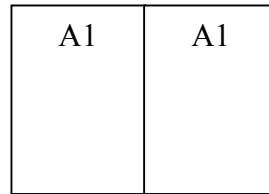
Papiergrößen

Für die Größen eines Blattes Papier gibt es in Deutschland Festlegungen (so genannte Normen): DIN A0, DIN A1, DIN A2 Die Maße für die unterschiedlichen Größen sind wie folgt festgelegt:

A0 ist ein Rechteck mit Flächeninhalt ca. 1 m^2 . Die Seitenlängen dieses Rechtecks betragen 84,1 cm bzw. 118,9 cm. Aus einem Rechteck (z. B. A0) erhält man das nächst kleinere (A1), indem das Blatt in der Mitte der längeren Seite geteilt wird.



84,1 cm \times 118,9 cm

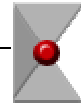


je 59,4 cm \times 84,1 cm

a)

Welche Seitenlängen gehören zu A2?

Ergebnis: cm \times cm



b)

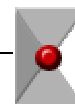
Wie viele A4 Blätter sind zusammen so groß wie ein A0 Blatt?

Ergebnis: A4 Blätter

c)

Kopierpapier wiegt 80 g pro m^2 (80g/m^2). Wie schwer ist ein Stapel mit 500 Blatt A4 Kopierpapier (A4 hat die Maße $21,0 \text{ cm} \times 29,7 \text{ cm}$)?

Ergebnis:



Papiergrößen - Auswertungsschlüssel:

Bezug zum Kernlehrplan:

a)-c)

Kompetenzbereich	Teilbereich	Schülerinnen und Schüler ...
Argumentieren	Lesen	ziehen Informationen aus einfachen mathemathikhaltigen Darstellungen (Text, Bild, Tabelle, Graf)
Geometrie	Anwenden	erfassen und begründen Eigenschaften von Figuren mit Hilfe von Symmetrie, einfachen Winkelsätzen, Kongruenz

a)

Lösung: Der Schüler bzw. die Schülerin geht z. B. aus von den Maßen für ein A1 Blatt (aus dem Beispiel): 59,4 cm × 84,1 cm, halbiert die längere Seite und gelangt zu den Maßen für A2 42,0 cm oder 42,1 cm (Rundungsvorschrift ist in der Aufgabenstellung nicht angegeben) × 59,4 cm.

Akzeptiert werden Ergebnis: **42,0** cm × **59,4** cm

und Ergebnis: **42,1** cm × **59,4** cm

ja nein
Die Antwort ist richtig.

b)

Lösung: z. B. Er/sie verdoppelt sukzessive:

- 1 Blatt A0 → 2 Blätter A1
- 2 Blätter A1 → 4 Blätter A2
- 4 Blätter A2 → 8 Blätter A3
- 8 Blätter A3 → 16 Blätter A4

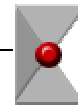
oder berechnet $2^4=16$

oder grafische Lösung:

A4			

Akzeptiert wird Ergebnis: **16** A4 Blätter

ja nein
Die Antwort ist richtig.



c)

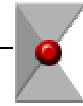
Bezug zum Kernlehrplan:

Kompetenzbereich	Teilbereich	Schülerinnen und Schüler ...
Geometrie	Messen	schätzen und bestimmen Längen, Winkel, Umfänge von Vielecken, Flächeninhalte von Rechtecken sowie Oberfläche und Volumina von Quadern
Funktionen	Anwenden	wenden die Eigenschaften von proportionalen, antiproportionalen und linearen Zuordnungen sowie einfache Dreisatzverfahren zur Lösung außer- und innermathematischer Problemstellungen an
Modellieren	Mathematisieren	übersetzen einfache Realsituationen in mathematische Modelle (Zuordnungen, lineare Funktionen, Gleichungen, Gleichungssysteme, Zufallsversuche)

Lösung: Er/sie berechnet z. B. durch sukzessives Verdoppeln (1 Blatt A0 \rightarrow 2 Blatt A1, 2 Blatt A1 \rightarrow 4 Blatt A2, 4 Blatt A2 \rightarrow 8 Blatt A3, 8 Blatt A3 \rightarrow 16 Blatt A4), dass 16 Blätter A4 einem Blatt A0, also einem Quadratmeter Papier, entsprechen. Da ein Quadratmeter 80 g wiegt, wiegen 500 Blätter A4 ($500:16=$) $31,25 \cdot 80 \text{ g} = 2500 \text{ g}$. Oder er/sie berechnet die Fläche eines A4 Blattes über die angegebenen Seitenlängen $29,7 \text{ cm} \times 21,0 \text{ cm}$ zu $0,06237 \text{ m}^2$. Damit erhält er/sie für 500 Blatt A4 eine Fläche von $31,185 \text{ m}^2$. Als Gewicht ergibt sich ($\cdot 80 \text{ g/m}^2$) $2494,8 \text{ g}$.

Akzeptiert werden auf Grund möglicher Rundungsfehler Ergebnisse zwischen 2400 g und 2600 g auch in anderen Darstellungen wie z. B. 2,496 kg.

ja nein
Die Antwort ist richtig.



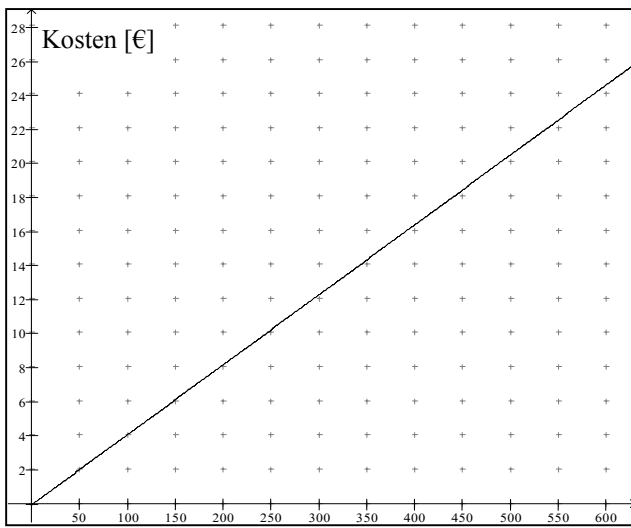
Internetanbieter

Die Internetanbieter Surferstar und Compustar werben um neue Kunden.

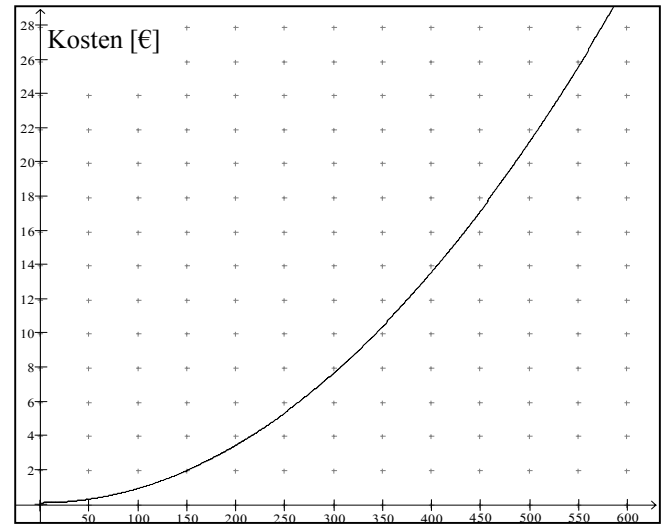
- Surferstar verlangt 4,1 ct pro Minute. Weitere Kosten entstehen nicht.
- Compustar erhebt eine monatliche Grundgebühr von 4,50 €. Darin ist eine Freistunde enthalten. Für jede weitere Minute verlangt Compustar 3,5 ct.

- a) Marc surft monatlich etwa 9 Stunden.
Welcher Anbieter ist für Marc günstiger? Berechne !

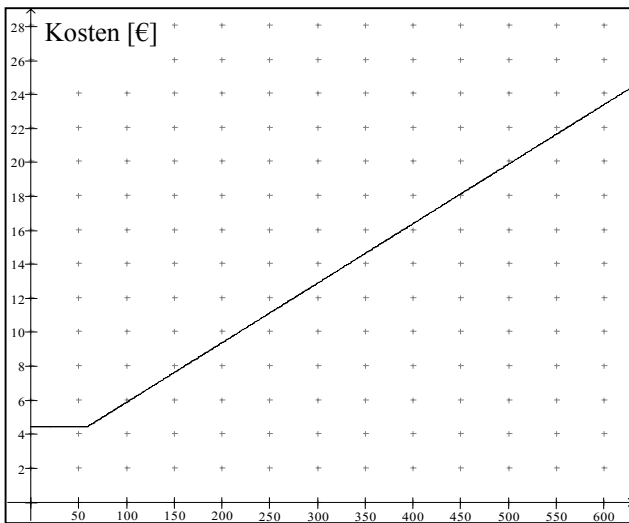
b) Die folgenden Grafen stellen verschiedene Kostenverläufe dar:



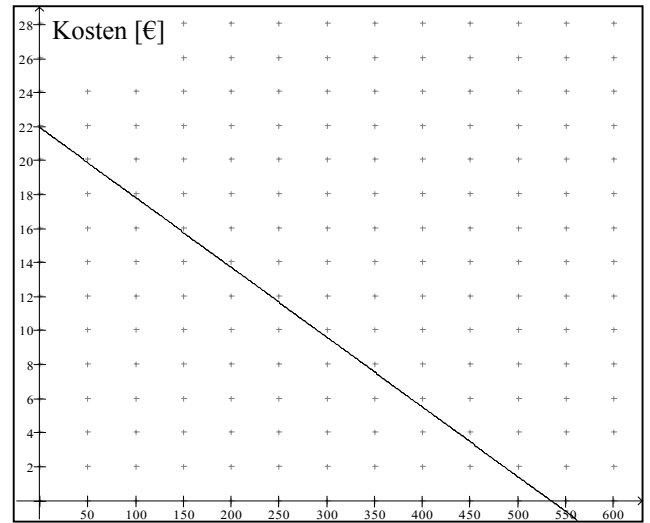
A



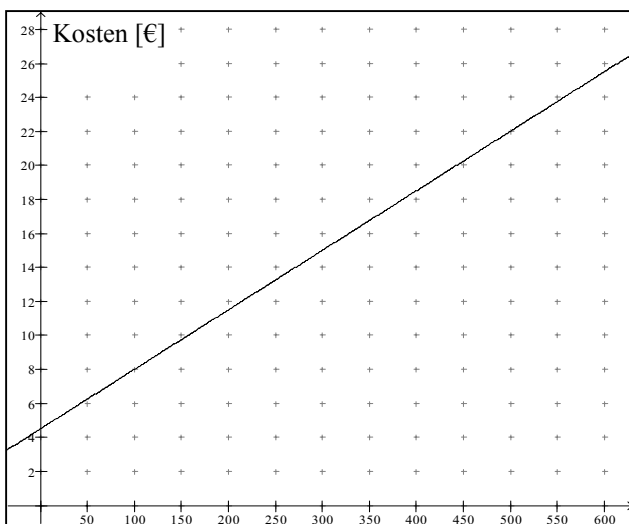
B



C



D



E

Welcher der angegebenen Grafen beschreibt den Kostenverlauf beim jeweiligen Anbieter?
Notiere den Buchstaben in das entsprechende Feld!

Surferstar:

Compustar:

Internetanbieter - Auswertungsschlüssel

a) Bezug zum Kernlehrplan:

Kompetenzbereich	Teilbereich	Schülerinnen und Schüler ...
Modellieren	Mathematisieren	übersetzen einfache Realsituationen in mathematische Modelle.
Funktionen	Darstellen	stellen Zuordnungen in Termen dar.
Problemlösen	Lösen	nutzen Algorithmen zum Lösen mathematischer Standardaufgaben.

Lösungsbeispiel:

$$9 \text{ h} = 9 \cdot 60 \text{ min} = 540 \text{ min}$$

$$\text{Surferstar: } 540 \cdot 0,041 \text{ €} = 22,14 \text{ €}$$

$$\text{Compustar: } 4,5 \text{ €} + 480 \cdot 0,035 \text{ €} = 21,3 \text{ €}$$

Marc sollte Compustar wählen.

Ebenfalls angemessen sind grafische Lösungen, argumentative Lösungen (z.B.: über die Berechnung der Kosten für eine Internetstunde), o.a.

ja **nein**
Der Ansatz zur Berechnung ist angemessen.

ja **nein**
Die Lösung ist (innerhalb des gewählten Ansatzes) rechnerisch richtig

b)

Kompetenzbereich	Teilbereich	Schülerinnen und Schüler ...
Modellieren	Validieren	überprüfen die im mathematischen Modell gewonnenen Lösungen.
Funktionen	Interpretieren	interpretieren Grafen von Zuordnungen und Terme linearer funktionaler Zusammenhänge

Surferstar:

Compustar:

ja **nein**
Beide Angaben sind richtig.