

Lösungen zum Basiswissen*Aufgabe B 1*

- a) 0,0254
 b) 0,51
 c) $-2 < -1 < -0,2 < 0,02 < 0,2$
 d) $\frac{2}{5} < \frac{3}{5}$; $\frac{1}{3} > \frac{1}{4}$; $0,4 < \frac{2}{3}$; $-3 < -1,5$

Aufgabe B 2

- a) $63 \cdot 54 = 3402$
 b) $35 \cdot 46 = 1610$
 c) $6 \cdot (3 + 5 \cdot 4) = 138$

Aufgabe B 3

15 Kugelschreiber kosten 18,75 €.

Aufgabe B 4

$750 \text{ €} \cdot 1,15 = 862,5 \text{ €}$. Die Reise kostet jetzt 862,50 €.

Aufgabe B 5

Die folgenden Aussagen sind richtig:
 Man legt mehr rote Kugeln in die Urne.
 Man nimmt einige gelbe Kugeln aus der Urne.
 Man nimmt einige gelbe und blaue Kugeln aus der Urne.

Aufgabe B 6

Sarah hat die größere Gewinnchance, weil bei ihr die Wahrscheinlichkeit $\frac{3}{8}$ (12 von 32 Karten) ist, während sie bei Timo nur $\frac{1}{4}$ (8 von 32 Karten) ist.

Aufgabe B 7

- a) $48 \text{ €} + 0,16 \text{ €} \cdot 2250 = 408 \text{ €}$.
 Er zahlt 408 €.
 b) Die Lösung der Gleichung
 $360 \text{ €} = 48 \text{ €} + 0,16 \text{ €} \cdot x$ ist $x = 1950$.
 Sie hat 1950 kWh verbraucht.
 c) Bild 2 veranschaulicht den Zusammenhang.

Aufgabe B 8

- a) $A = 5,25 \text{ cm}^2$
 b) $u = 11,8 \text{ cm}$
 c) $2 \cdot 3 \cdot (x + 1) + 2 \cdot 2x = 10x + 6$

Lösungen zu Arithmetik/Algebra*Aufgabe A 1*

- a) individuelle Lösungen,
 Durch Erweitern erhält man z. B. $\frac{7}{35} < \frac{8}{35} < \frac{10}{35}$
 b) z. B. $\frac{1}{12} + \frac{1}{4} = \frac{1}{3}$ oder $\frac{1}{5} + \frac{2}{15} = \frac{1}{3}$

Aufgabe A 2

Mögliche Lösungen sind

- $(-2) + (-2,5) = -4,5$ $(-4) - 0,5 = -4,5$
 $(-8,5) + 4 = -4,5$ $(-6) - (-1,5) = -4,5$
 $(-5) \cdot 0,9 = -4,5$ $(-9) : 2 = -4,5$
 $2 \cdot (-2,25) = -4,5$ $13,5 : (-3) = -4,5$

Aufgabe A 3

- a) (2) und (4) sind richtig
 b) individuelle Lösungen, z. B. $6x + 2y = 20$

Aufgabe A 4

- a) (1) $a + b = 10$,
 (2) $a = b + 15$ oder $a - 15 = b$,
 (3) $b = 2a$ oder $a = 0,5b$
 b) $b = 0,5a$; Die Gleichung $a + 0,5a = 10,5$ hat die Lösung $a = 7$.
 Paket B wiegt 3,5 kg.

Aufgabe A 5

- a) $u = 2x + 2y$
 b) (3)
 c) $(x - b)(y - a) + a(x - b) + b(y - a)$
 $= xy - ax - by + ab + ax - ab + by - ab$
 $= xy - ab$
 d) Term 1: Figur 1
 Term 2: Figur 3
 Term 3: Figur 2

Aufgabe A 6

Durch Einsetzen sieht man, dass (1) und (3) richtig gelöst sind. (2) ist falsch.

Aufgabe A 7

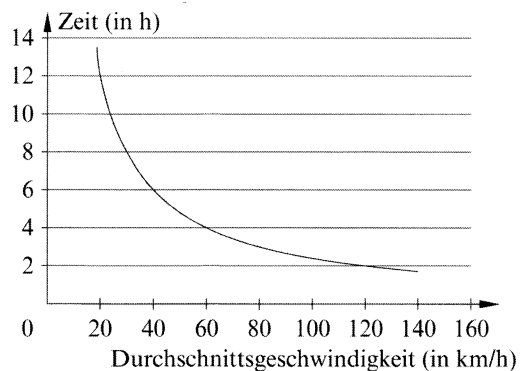
Gleichung: $33 + 4x = 25 + 6x$
 Die Tomaten haben nach 4 Wochen die gleiche Höhe (49 cm).

Lösungen zu Funktionen*Aufgabe F 1*

a)

km/h	20	40	60	80	100	120	140
h	12	6	4	3	2,4	2	1,7

b) Geschwindigkeit \rightarrow Zeit



- c) Um in 3 Stunden und 45 Minuten am Ziel zu sein, muss man eine Durchschnittsgeschwindigkeit von 64 km/h haben.

20 Lösungen

Aufgabe F 2Gleichung: $5 + 95x = 7,85$ $x = 0,03$

Eine Einheit kostet 0,03 €.

Einsetzen ergibt: $5 + 145 \cdot 0,03 = 9,35$

Tanja muss 9,35 € zahlen.

Aufgabe F 3

a) Die Anteile sind 36 %, 20 %, 28 % und 16 %.

b) Es waren 104 Zuschauer.

c) Die Summe aller Anteile ergibt nur 97 %.

Anmerkung: Auch bei Abrunden aller Ergebnisse ist der Rundungsfehler niedriger als 2 %.

Aufgabe F 4Durch Einsetzen von $x = 4$ in den Funktionsterm $f(x) = 25 + 35,5x$ erhält man 167 € bei der Firma van de

Loo. Bei Elektro-Star zahlt man 170,50 €

(Funktionsterm: $f(x) = 36,5 + 33,5x$).

Durch Gleichsetzen der Terme erkennt man, dass

Elektro-Star erst bei Aufträgen, die mehr als 5,75 Stunden dauern, billiger ist.

Aufgabe F 5

Mehrere Lösungswege sind möglich:

- durch Zeichnung
- durch spezielles Beispiel
- allgemeine Lösung
- Länge der Strecke: x

Verlängerung um 30%: $1,3x$ Verkürzung um 30%: $0,7 \cdot 1,3x = 0,91x$

Alisa hat nicht Recht, denn die Strecke ist insgesamt um 9 % gekürzt worden.

Aufgabe F 6

a) Angebot 1: 575 €

Angebot 2: 550 €

Angebot 3: 600 €

Angebot 2 ist am günstigsten.

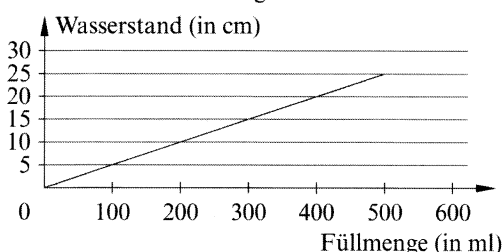
b) Der Zinssatz beträgt 12 %.

c) Herr Seibel hat nicht Recht. Bei weniger als 6700 € ist Angebot 2 günstiger, bei mehr als 6700 € ist Angebot 1 günstiger.

Gleichung: $0,095x + 100 = 0,105x + 0,5 \cdot \frac{x}{100}$ **Aufgabe F 7**

a) Vase 3. Da die Vase zylinderförmig ist, steigt der Wasserstand linear.

b) Fülldiagramm



c) Die Graphen sind mit folgenden Werten gezeichnet worden:

Vase A		Vase B	
Füllmenge (ml)	Wasserstand (mm)	Füllmenge (ml)	Wasserstand (mm)
0	0	0	0
10	100	10	100
19	200	20	200
27	300	30	300
34	400	39	400
40	500	47	500
45	600	54	600
51	700	60	700
58	800	65	800
66	900	70	900
75	1000	75	1000

Diagramm „Vase A“ gehört zu Vase 2.

Diagramm „Vase B“ gehört zu Vase 1.

Aufgabe F 8

Richtig sind die beiden folgenden Aussagen:

Von 5 befragten Nordrhein-Westfalen war durchschnittlich einer noch nie in München

Jeder fünfte Nordrhein-Westfale war noch nie in München

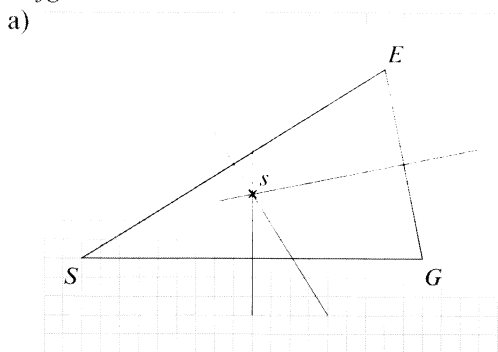
Lösungen zu Geometrie**Aufgabe G 1**a) Zur Kontrolle: $a = 1,7$ cm, $b = 3,7$ cm, $\gamma = 88^\circ$ b) $A = 7$ cm²c) $u = 12,7$ cm

d) Möglichkeiten sind z. B.

 $g = 12$ cm und $h = 10$ cm $g = 40$ cm und $h = 3$ cm**Aufgabe G 2**a) $A = ab + (a + c) \cdot d = ab + ad + cd$ b) $u = 2a + 2b + 2c + 2d = 2(a + b + c + d)$ **Aufgabe G 3**a) $G = \frac{4x - 1,5x}{2} = 3x^2$ b) $V = G \cdot h = 3x^2 \cdot 6x = 18x^3$

c) Richtig sind (1), (2) und (4)

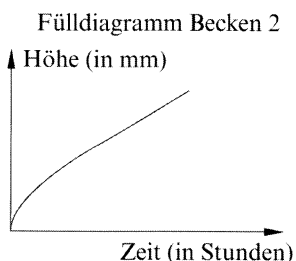
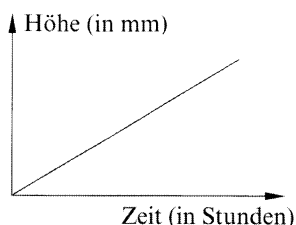
Aufgabe G 4



- a)
- b) Entfernungen:
 Schönbach – Goldstein: 4,5 km
 Goldstein – Eisendorf: 2,5 km;
 Schönbach – Eisendorf: 4,7 km
- c) Siehe auch Skizze zu a):
 Gesucht ist der Schnittpunkt der Mittelsenkrechten.
 Die Entfernung zu den drei Orten beträgt ca. 2,4 km.
- d) Durch Einzeichnen der Parallelen zu den Dreiecksseiten im Abstand von 0,75 km (1,5 cm) erkennt man, dass der Spielplatz zu nah an der Straße von Schönbach nach Eisendorf liegt.

Aufgabe G 5

- a) Das Volumen beträgt 500 m³.
 b) Das Wasser steht 1,8 m hoch.
 c) Es müssen 175 m² gefliest werden.
 d) $V = 560 \text{ m}^3 = 560000 \text{ l}$. Man braucht 1400 Minuten (23 h 20 min), um das Becken zu füllen.
 e) Das Diagramm gehört zu Becken 3.
 f) Fülldiagramm Becken 1



Aufgabe G 6

Der Abstand von Punkt A zu Punkt P sei x.
 Dann ist $A_2 = \frac{(42-x) + (30-x)}{2} \cdot 30$
 und $A_1 = 30x$. Durch Gleichsetzen der beiden Flächen erhält man $x = 18$. Wenn der Stein in einem Abstand von 18 m vom Punkt A gesetzt wird, erhalten beide Brüder ein Grundstück von 540 m².

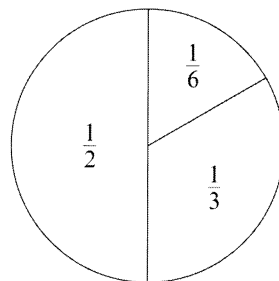
Lösungen zu Stochastik

Aufgabe S 1

- a) 9 a Mittelwert: $9530 : 10 = 953$
 9 b Mittelwert: $8910 : 9 = 990$
- b) geordnete Daten:
 9 a: 635, 782, 850, 853, 902, 1014, 1052, 1084, 1154, 1204
 9 b: 580, 815, 920, 964, 1002, 1095, 1104, 1152, 1278
 Zentralwert 9 a: 958
 Zentralwert 9 b: 1002
- c) Die Klasse müsste dann insgesamt $985 \cdot 11 = 10\ 835$ Punkte erreichen, d. h. Ella müsste 1305 Punkte haben.

Aufgabe S 2

- a) Hauptgewinn: $p = \frac{1}{4}$
 Kleingewinn: $p = \frac{1}{3}$
- b) Bei dem rechten Rad ist die Wahrscheinlichkeit höher. Sie beträgt $p = \frac{1}{3}$ während sie links nur $p = \frac{3}{10}$ ist.
- c) Die Wahrscheinlichkeit ist $p = \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{20}$
- d)



Aufgabe S 3

	Anzahl	Anzahl	Rel. Häufigkeit
Marcel	48	30	$\frac{30}{48} = 62,5\%$
Timo	5	2	$\frac{2}{5} = 40\%$
Eike	50	12	$\frac{12}{50} = 24\%$
Jens	64	24	$\frac{24}{64} = 37,5\%$
Kim	20	4	$\frac{4}{20} = 20\%$
Simon	45	25	$\frac{25}{45} = 55,6\%$
Florian	16	2	$\frac{2}{16} = 12,5\%$

- b) Marcel hat die höchste Treffsicherheit.
 c) Er hat zu wenig Würfe gemacht, um eine verlässliche Vorhersage machen zu können.
 d) Kim wird voraussichtlich nur ca. 6-mal treffen. ($30 \cdot 0,2 = 6$)

22 Lösungen

Aufgabe S 4

a) und b)

Eine mögliche Lösung wäre:

Augenzahl	1	2	3	4	5	6
absolute Häufigkeit	15	21	36	18	27	33
Relative Häufigkeit	10%	14%	24%	12%	18%	22%
Geschätzte Wahrscheinlichkeit	0,11	0,16	0,23	0,11	0,16	0,23

Bei b) ist zu beachten, dass jeweils 2 Zahlen die gleiche Wahrscheinlichkeit besitzen müssen. Für $p(1)$ muss wegen der unterschiedlichen Flächengröße gelten:

$$p(1) < p(2) < p(3)$$

c) Gegenüber der 1 liegt die 4, gegenüber der 2 liegt die 5, gegenüber der 3 liegt die 6.

d) Beim Würfel beträgt die Wahrscheinlichkeit für jede Augenzahl $\frac{1}{6}$. Beim angefertigten Quader ist die Wahrscheinlichkeit höher, eine Sechs zu würfeln. Beim üblichen Würfel ist die Wahrscheinlichkeit eine 1 zu würfeln höher als beim Quader.

Lösungen zu den Ergänzungsaufgaben

Aufgabe E 1

a) Farbe	rot	blau	gelb	grün
Häufigkeit	45	51	15	39
relative Häufigkeit	30%	34%	10%	26%

b) Es ist damit zu rechnen, dass man 136-mal eine blaue Kugel zieht ($400 \cdot 0,34 = 136$).

c) Schätzung C ist richtig: Die roten und blauen Kugeln haben (ungefähr) die gleiche rel. Häufigkeit und die Wahrscheinlichkeit für grün muss höher als die für gelb sein.

Aufgabe E 2

Das Gehalt x hat sich nach 5 Jahren auf $1,03^5 x \approx 1,16x$ erhöht, d. h. er bekommt 16% mehr.

Er sollte also das 2. Angebot wählen.

Aufgabe E 3

$$a) (a+b)^2 - 4ab = a^2 + 2ab + b^2 - 4ab = a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$$

$$b) (a+b)^2 - (a-b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 - a^2 + 2ab - b^2 = 4ab$$

Die 4 Rechtecke müssen markiert werden.

c) Das mittlere Quadrat wird berechnet mit $(a-b)^2$. Setzt man für $a = 9$ ein, so ergibt sich $(9-b)^2 = 36$. Wenn $b = 3$ ist, ist die Gleichung erfüllt.

Aufgabe E 4

Wenn die Seitenlänge a um 10% erhöht wird, hat sie eine Länge von $1,1a$.

Der Flächeninhalt beträgt dann: $A = 1,1a \cdot 1,1a = 1,21a^2$, d. h. er hat sich um 21% erhöht.

Aufgabe E 5

Hinweis: Das untere Quartil ist der Zentralwert der unteren Hälfte, das obere Quartil ist der Zentralwert der oberen Hälfte. Dabei zählt der Zentralwert aller Daten mit zu den Daten der unteren bzw. oberen Hälfte.

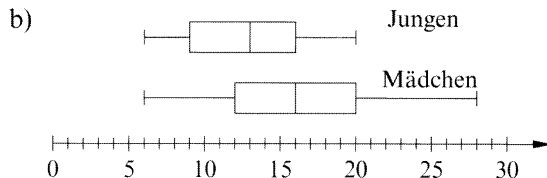
Beispiel: Bei den Jungen wird das untere Quartil aus den geordneten Daten 6, 7, 7, 8, 10, 11, 12, 13 berechnet. Das untere Quartil ist dabei also das arithmetische Mittel von 8 und 10, also 9.

a) Geordnete Daten:

Mädchen: 6, 8, 10, 12, 12, 15, 16, 16, 18, 19, 19, 21, 21, 25, 28

Jungen: 6, 7, 7, 8, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 16, 17, 17, 20

	Mädchen	Jungen
Minimum	6	6
Unteres Quartil	12	9
Zentralwert	16	13
Oberes Quartil	20	16
Maximum	28	20
Spannweite	22	14



c) Bei Frauen ergaben sich große Unterschiede bei den monatlichen Ausgaben für das Handy. So lag die Spannweite bei 125 €, während sie bei Männern nur 90 € betrug. Die Höchstkosten betragen bei Frauen 140 €. Höchstens 25% aller Männer gaben mehr als 60 € aus, während bei den Frauen 50% mindestens 65 € ausgaben. 50% der Männer haben Kosten von höchstens 35 €.

d) Die Aussagen (1) und (2) sind richtig.

Aufgabe E 6

$$a) 80 + (375 - 300) \cdot 0,25 = 98,75$$

Für 375 km zahlt man 98,75 €.

$$b) f(x) = 80 + (x - 300) \cdot 0,25 = 5 + 0,25x; \text{ für } x > 300$$

c) Die Lösung lässt sich graphisch ermitteln oder durch eine Gleichung. Die Gleichung $30 + 0,2x = 5 + 0,25x$ hat die Lösung $x = 500$.

Wenn man mehr als 500 km fährt, ist der kleine LKW günstiger. Da der Funktionsterm nur für $x > 300$ gilt, muss noch der Fall $x < 300$ untersucht werden. Der kleine LKW ist auch günstiger, wenn man weniger als 250 km fährt, da man dann bei dem anderen Angebot 80 € zahlt. (Ansatz $80 = 30 + 0,2x$ oder Graph)

Lösungen zum Problemlösen

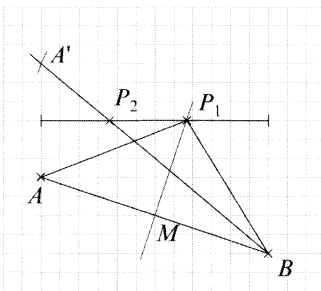
Aufgabe P 1

Durch Ausmessen erkennt man, dass eine Runde ca. 11 cm lang ist. Da 1,1 cm in der Zeichnung 500 m in der Wirklichkeit entspricht, ist eine Runde ca. 5000 m lang. Sie sollte also zwei Runden laufen. Die benötigte Zeit für 10 km hängt von ihrer Geschwindigkeit ab. Lläuft sie mit einer Geschwindigkeit von 15 km/h so benötigt sie 40 Minuten, bei 10 km/h sogar 60 Minuten.

Aufgabe P 2

- Der Anschluss sollte im Schnittpunkt P_1 der Mittelsenkrechten von AB mit der Leitung liegen.
- Entfernung von P_1 zu A und B ist jeweils 4,1 km.
- Wenn man den Punkt A an der Leitung spiegelt und A' mit B verbindet, erhält man den Anschlusspunkt mit der minimalen Gesamtstrecke (Gesamtentfernung $A'B$ ist 7,8 km). Der Vorschlag lohnt sich für beide Orte.

Zeichnung:



Aufgabe P 3

- $D_{10} = 55$; Lösung durch Zeichnen, durch Ergänzen der Folge 1, 3, 6, 10, ... oder durch den Term $\frac{1}{2} \cdot n \cdot (n + 1)$.
- Es gibt keine Dreieckszahl 80. Lösung siehe a).
- Beim Übergang von der n -ten Dreieckszahl zur $(n + 1)$ -ten Dreieckszahl kommen jeweils n Plättchen hinzu, also hier 46 Plättchen.
- Wenn man zwei benachbarte Dreieckszahlen addiert, erhält man immer eine Quadratzahl. Das kann man auch erkennen, indem man die Plättchen zu einem Quadrat zusammen legt.

Aufgabe P 4

Bei dieser Aufgabe kann es viele Lösungsansätze und Lösungsmöglichkeiten geben. Es handelt sich um eine klassische Fermi-Aufgabe (Enrico Fermi (1901–1954):

wie z. B. „Wie viele Klavierstimmer gibt es in Chicago?“). Die hier vorgestellten Lösungsansätze sind daher nur als Vorschläge für eine Vorgehensweise anzusehen.

- Man könnte hier zunächst empirisch vorgehen und eine vertraute Schuhgrößen-Angabe mit der Länge eines Fußes vergleichen. Aber auch der Weg ins Schuhgeschäft kann helfen eine Tabelle mit Schuhgrößen zu erhalten. Wichtig ist die Einsicht, dass die Zuordnung *Fußlänge in cm* \rightarrow *Schuhgröße* proportional ist (der Faktor ist ca. $\frac{3}{2}$). Aber Vorsicht: Bei Sportschuhen und den verwendeten englischen Größen gilt das nicht. Auf gute Ideen bei den Schülern kommt es an, wenn die Länge des Riesenschuhs geschätzt werden soll: Hier kann das Schätzen der Größe des abgebildeten Mannes (seines Gesichtes, seiner Hände, seiner Brille, ...) weiterhelfen. Dies wird eine ungefähre Länge des Schuhs von 1,5 m ergeben. Jetzt hilft die oben beschriebene Proportionalität weiter und es muss gerechnet werden (z. B. $150 \cdot \frac{3}{2} = 225$). Die Schuhgröße müsste also ungefähr 225 sein. Wichtig in diesem Zusammenhang scheint die Möglichkeit über Ungenauigkeiten und Fehler zu reden. Interessierte Schüler könnten und sollten sogar eine Abschätzung aufstellen.
- Die Füße dieser Person sind ca. 150 cm lang. Es scheint sich dem Aussehen nach um einen Herrenschuh zu handeln, daher ist die Frage sinnvoll: „Wie lang ist ein durchschnittlicher Herrenfuß und wie groß ist ein durchschnittlicher Mann?“ Hier könnte eine Internetrecherche weiterhelfen. Die durchschnittliche männliche Schuhgröße liegt bei ca. 43, die Körpergröße bei 177 cm (Statistisches Bundesamt 2003). Nun kann wieder gerechnet werden: $225 : 43 \approx 5,23$. Rückschluss auf die Körpergröße: $5,23 \cdot 177 \text{ cm} \approx 926 \text{ cm}$. Ein Mann, dem dieser Schuh passt, wäre also ca. 9 m groß.
- Bei dieser Aufgabe können wieder Proportionsüberlegungen angestellt werden. Zu klären ist, wie viel Leder für einen durchschnittlichen Männerschuh benötigt wird.
- Hier helfen Proportionsüberlegungen alleine nicht weiter, um eine sinnvolle Antwort zu geben, denn die Kosten hängen nicht nur vom Material sondern auch vom Arbeitsaufwand des Schuhmachers ab.

Erarbeitet von Ilona Gabriel

Redaktion: Gregor Schulz

Technische Umsetzung: Ralf Franz, Stürtz GmbH Berlin

Technische Zeichnungen: Ulrich Sengebusch, Geseke

© 2005 Cornelsen Verlag, Berlin