

Vergleichsklausur 2003 in der Jahrgangsstufe 11

Termin: 2. Juli 2003, 3. und 4. Stunde

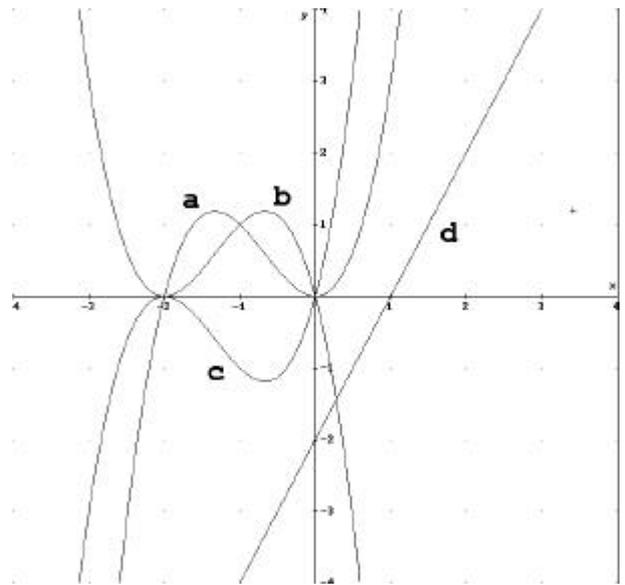
Hinweis: Die Aufgaben 1 bis 3 sind verpflichtende Aufgaben für alle Schülerinnen und Schüler. Zusätzlich muss der Fachlehrer für seinen Kurs entweder Aufgabe 4 /Alternative 1 (Analytische Geometrie) oder Aufgabe 4 /Alternative 2 (Beschreibende Statistik) zur Bearbeitung auswählen.

Aufgabe 1

Gegeben ist die Funktion f mit

$$f(x) = \frac{1}{2}x^3 - x^2 - \frac{5}{2}x + 3.$$

- Berechnen Sie die Extremstellen und die Wendestelle der Funktion f .
(Hinweis: Die y-Koordinaten der Extrem- und Wendepunkte sind nicht zu berechnen.)
- Bestimmen Sie die Gleichung der Tangente im Punkt $P_0(0; ?)$.
- Wo schneidet die Tangente den Graphen ein zweites Mal?

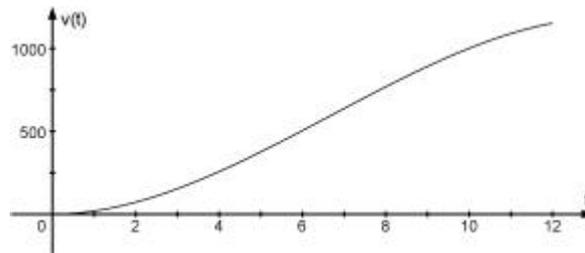


Aufgabe 2

In dem nebenstehenden Bild sind mehrere Graphen abgebildet. Welcher Graph gehört zur Funktion f mit $f(x) = x(x+2)^2$? Kurze Begründung!

Aufgabe 3

Pflanzen produzieren bei der Fotosynthese Sauerstoff, den sie an ihre Umgebung abgeben. Wir betrachten nun diesen Vorgang für einen bestimmten Baum an einem bestimmten Tag zwischen 6 Uhr morgens (Sonnenaufgang) und 18 Uhr abends (Sonnenuntergang). Messungen ergaben für diesen Baum den abgebildeten Graphen.



Hierbei gibt t an, wie viel Stunden seit dem Sonnenaufgang um 6 Uhr vergangen sind. $v(t)$ gibt an, wie viel Liter Sauerstoff der Baum bis zum Zeitpunkt t insgesamt produziert hat.

Der Graph kann näherungsweise beschrieben werden durch

$$v(t) = -t^3 + 20t^2 \quad \text{mit } 0 \leq t \leq 12.$$

- Zeigen Sie, dass der Baum bis 13 Uhr insgesamt 637 Liter Sauerstoff produziert hat. Wie viel Sauerstoff gibt der Baum zwischen 13 Uhr und 17 Uhr durchschnittlich pro Stunde ab?
- Um wie viel Prozent ist die Produktion zwischen 15 Uhr und 17 Uhr niedriger als zwischen 13 Uhr und 15 Uhr? (Runden Sie das Endergebnis auf eine Dezimale.)
- Bestimmen Sie die Steigung von v an der Stelle $t = 5$, und erläutern Sie die Bedeutung dieses Wertes in dem gegebenen Sachzusammenhang.
- Wann produziert der Baum am meisten Sauerstoff? Geben Sie zunächst eine begründete Vermutung. Erläutern Sie anschließend, wie man diesen Zeitpunkt rechnerisch ermitteln kann.

Aufgabe 4 / Alternative 1 (Analytische Geometrie)

- Ein Kreis mit Radius 5 berührt die y -Achse im Ursprung von rechts. Begründen Sie, dass für seine Gleichung dann $y^2 = 10 \cdot x - x^2$ gilt.
- Wie lautet die Gleichung der Tangente im Punkt $B(8|4)$? Fertigen Sie eine Zeichnung an.
- Der Kreis wird verschoben, sein Mittelpunkt liegt nun im Punkt $M'(9|-3)$. Ergänzen Sie die Zeichnung aus Teil b.
- Wie liegt die Tangente aus Teil b zu dem neuen Kreis? Begründen Sie Ihre Antwort, ohne viel zu rechnen.

Aufgabe 4 / Alternative 2 (Beschreibende Statistik)

Die Tabelle gibt die Körpergröße und das Gewicht von 8 Schülern an.

Größe in cm	Gewicht in kg	
157	45	a) Fassen Sie die Körpergröße als x - und das Gewicht als y -Koordinate auf und stellen Sie den Datensatz in einem Koordinatensystem als Punktwolke dar.
157	47	b) Regressionsgerade nach Augenmaß: Berechnen Sie die beiden Mittelwerte \bar{x} und \bar{y} . Tragen Sie den Datenschwerpunkt (\bar{x}, \bar{y}) in die Zeichnung ein, und legen Sie eine Regressionsgerade g durch den Datenschwerpunkt und den Punkt $(169 56)$. Geben Sie die Gleichung der Geraden g an.
159	45	c) Benutzen Sie g , um das Gewicht eines Schülers mit der Körpergröße 178 cm zu schätzen.
163	55	d) Eine Regressionsgerade geht in jedem Fall durch den Datenschwerpunkt. Die gesuchte Steigung kann nach Augenmaß oder durch eine Rechnung ermittelt werden, die auf der Methode der kleinsten Quadrate beruht. Beschreiben Sie kurz die Idee dieser Methode.
165	56	
167	55	
169	56	
174	61	