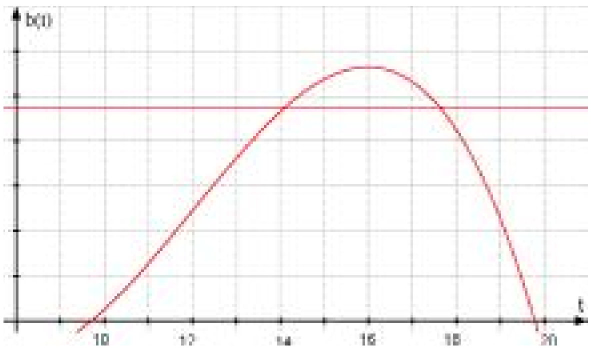
Aufgabe 1

a)	Da $x_0 = -2$ eine Nullstelle sein soll, folgt: $f(-2) = 0$, also $2 - 6 + t = 0 \Leftrightarrow t = 4$, somit $f(x) = -\frac{1}{4}x^3 + 3x + 4$. Notwendige und hinreichende Bedingung für Nullstellen ist $f(x) = 0$. Da $x_0 = -2$ als Nullstelle bekannt ist, wird eine Polynomdivision durch den Linearfaktor $(x+2)$ durchgeführt. Die weiteren Nullstellen ergeben sich dann aus $-\frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{2}x + 2 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 8 = 0$ $(-\frac{1}{4}x^3 + 3x + 4) : (x+2) = -\frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{2}x + 2$ $-(-\frac{1}{4}x^3 - \frac{1}{2}x^2)$ ––––––– $\frac{1}{2}x^2 + 3x + 4$ $-(\frac{1}{2}x^2 + x)$ ––––––– $2x + 4$ $-(2x+4)$ ––––––– 0 $\Leftrightarrow (x+2)(x-4) = 0 \Leftrightarrow x = -2 \vee x = 4$. Die Nullstellen lauten also: $x_{N_1} = -2$ (doppeltzählend) und $x_{N_2} = 4$ (einfach).	**5**
b)	Ableitungen:. $f'(x) = -\frac{3}{4}x^2 + 3$, $f''(x) = -\frac{3}{2}x$, $f'''(x) = -\frac{3}{2}$. Die notwendige Bedingung für eine Extremstelle ist $f'(x) = 0$. $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow x = 2 \vee x = -2$. $x_{E_1} = 2, x_{E_2} = -2$ sind möglicherweise Extremstellen. Die hinreichende Bedingung für eine Extremstelle ist $f'(x) = 0 \wedge f''(x) \neq 0$. Es ist $f''(x_{E_1}) = -3 < 0$ und $f''(x_{E_2}) = 3 > 0$. Daher liegt bei $x_{E_1} = 2$ ein lokales Maximum und $x_{E_2} = -2$ ein lokales Minimum. W(0/4) ist ein Wendepunkt, wie man sofort erkennt.	**6**
c)	Aus dem Ansatz $g: y = mx + b$ folgt sofort b=t, da W(0/t) auf der Tangente liegt. Die Ableitung ergibt sich aus $m = f'(0) = 3$. Die Tangentengleichung lautet also $g: y = 3x + t$. Entsprechend wird die Gleichung der Normalen bestimmt. Die Steigung der Normalen $n: y = m_n x + b_n$ erhält man aus: $m_n = -\frac{1}{m_g} = -\frac{1}{f'(0)} = -\frac{1}{3}$. Da W(0/t) auch auf der Normalen liegt, folgt $b_n = t$, also $n: y = -\frac{1}{3}x + t$. Die Schnittpunkte der Tangente und der Normalen ergeben sich aus $g(x) = 0$ und $n(x) = 0$. Man erhält für den Schnittpunkt A der Tangente g mit der x-Achse den Punkt $A(-\frac{t}{3}/0)$ und für den Schnittpunkt der Normalen n mit der x-Achse den Punkt B(3t/0). Die Fläche des Dreiecks ermittelt man mit der Formel: $A_D = \frac{gh}{2}$, wobei hier wegen t>0 gilt: $g = x_B - x_A = 3t - (-\frac{t}{3}) = 3t + \frac{t}{3} = \frac{10}{3}t$ und $h = y_W = t$. Es folgt: $A_D = \frac{1}{2}\frac{10}{3}t \cdot t = \frac{5}{3}t^2$. Aus $A_D = 15$ ergibt sich $\frac{5}{3}t^2 = 15 \Leftrightarrow t = 3$, da t>0 ist. Für t=3 ist der Flächeninhalt des Dreiecks ABW 15 Flächeneinheiten groß.	**7**

Aufgabe 2

a)	Gesucht ist $b(11)$. Es ist $b(11) = -0{,}05 \cdot 11^3 + 1{,}8 \cdot 11^2 - 19{,}2 \cdot 11 + 62{,}5 = 2{,}55$. Damit sind 2550 Besucher gegen 11 Uhr im Park.	**2**
b)	Gesucht ist das lokale Maximum der Funktion b. Es ist $b'(t) = -0{,}15t^2 + 3{,}6t - 19{,}2$. Aus $b'(t) = 0$ (notwendige Bedingung) folgt: $-0{,}15t^2 + 3{,}6t - 19{,}2 = 0 \Leftrightarrow t = 16 \vee t = 8$, wobei $t = 8$ nicht im Definitionsbereich von b liegt. Es ist $b''(t) = -0{,}3t + 3{,}6$. Weil $b''(16) = -1{,}2 < 0$ und $b'(16) = 0$, liegt bei $t = 16$ tatsächlich eine lokales Maximum vor. Es ist $b(16) = 11{,}3$, damit ist um 16.00 Uhr die größte Anzahl der Besucher im Park, nämlich 11300.	**6**
c)	Der Andrang an den Kassen ist dann am größten, wenn das Wachstum der Besucherfunktion und damit ihre Steigung ein lokales Maximum hat. Damit muss $b'(t)$ maximal sein, also ist die Wendestelle der Funktion b gesucht. Aus $b''(t) = 0$ (notwendige Bedingung) folgt: t=12. Weil zusätzlich $b'''(t) = -0{,}3 \neq 0$ für alle t, ist $t = 12$ tatsächlich Maximumstelle von b', also Wendestelle von b. Hieraus ergibt sich, dass um 12.00 Uhr der Andrang an den Kassen am größten ist.	**6**
d)	Hier geht es um die Frage, in welchem Zeitraum 9500 Personen oder mehr im Park sind. Für die Funktion bedeutet dies, dass man untersuchen muss, in welchem Intervall $b(t) \geq 9{,}5$ ist bzw. $b(t) = 9{,}5$. Dies führt zu der Gleichung: $-0{,}05t^3 + 1{,}8t^2 - 19{,}2t + 62{,}5 = 9{,}5$ $\Leftrightarrow -0{,}05t^3 + 1{,}8t^2 - 19{,}2t + 53 = 0$, die numerisch oder graphisch gelöst werden kann. Aus der Zeichnung liest man ab:  $t \approx 14{,}1 \vee t \approx 17{,}6$. Damit muss zwischen ca. 14.06 Uhr und 17.36 Uhr zusätzliches Personal bereit gestellt werden. Man wird etwa die Zeit zwischen 14.00 Uhr und 17.30 Uhr nehmen. Denkbar sind folgende Lösungsvorschläge: • Einzeichnen der Parallelen zur x- Achse im geeigneten Abstand; Kennzeichnung des entsprechenden Zeitintervalls; Abschätzung aufgrund der Zeichnung ergibt einen Zeitraum von etwa 14 Uhr bis 17.30 Uhr. • Systematisches Probieren ausgehend von dem bekannten Wert für t=16 und / oder Zuhilfenahme der Zeichnung .	**5**

Aufgabe 3 (Koordinatengeometrie)

a)	Für den Mittelpunkt M ist $x_M = \frac{1}{2} \cdot (3-9)$ und $y_M = \frac{1}{2} \cdot (1-3)$, also M(-3/-1). Außerdem ist $r^2 = (3+3)^2 + (1+1)^2 = 40$ .Die Kreisgleichung lautet also: $k: (x+3)^2 + (y+1)^2 = 40$ (Das Erstellen einer Zeichnung und das Ablesen von Mittelpunkt und Radius sollte hier bei Abzug eines Punktes als Lösung akzeptiert werden.).	**4**
b)	Die Mittelsenkrechte verläuft durch M(-3/-1) und senkrecht zur Strecke $\overline{AB}$. Strecke $\overline{AB}$ hat die Steigung $\frac{-3-1}{-9-3} = \frac{1}{3}$, die Mittelsenkrechte also die Steigung	**2**

	-3 . Es folgt dann $m: y = -3x + n$ und durch Einsetzen der Koordinaten von M ergibt sich $n = -10$ und damit schließlich $m: y = -3x - 10$ als Gleichung der Mittelsenkrechten der Strecke $\overline{AB}$. (Auch hier sollte das Ablesen der Gleichung aus einer Zeichnung akzeptiert werden.)	**2**
c)	Ansatz (1) beschreibt den gleichen Abstand eines Punktes (x/y) von den Punkten A und B; alle diese Punkte liegen aber auf der Mittelsenkrechten der Strecke $\overline{AB}$.	**4**
d)	Ansatz (2) beschreibt einen Punkt (x/y), dessen Entfernung von B dreimal so groß ist wie von A. Quadrieren und Zusammenfassen von Ansatz (2) liefert $9 \cdot (x^2 - 6x + 9 + y^2 - 2y + 1) = x^2 + 18x + 81 + y^2 + 6y + 9$ und damit $x^2 - 9x + y^2 - 3y = 0$. Quadratische Ergänzung liefert nun $\left(x - \frac{9}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{45}{2}$ und daraus folgt die Behauptung.	**3** **3** **2**

Aufgabe 4 (Statistik)

a)	Auf eine Angabe konkreter Zahlenwerte wird in diesem Aufgabenteil verzichtet, da sich die Ergebnisse von Schüler zu Schüler unterscheiden können. Zeichnen der Ausgleichsgeraden (Es muss erkennbar sein, dass Punkte unter- **und** oberhalb der gezeichneten Geraden liegen.) Ermittlung der Steigung aus der Zeichnung, Berechnung des y-Achsenabschnitts oder Verlängerung der y-Achse und Ablesen des y-Achsenabschnitts aus der Zeichnung	**1** **2** **2**
b)	*x*-Koordinate des Schwerpunkts: $x_s = \bar{x} = \frac{3+5+6+8}{4} = 5{,}5$ *y*-Koordinate des Schwerpunkts: $y_s = \bar{y} = \frac{310+200+150+90}{4} = 187{,}5$	**1** **1**
c)	Einsetzen von 5,5 in die Gleichung der Geradenschar liefert $y = m \cdot 5{,}5 - 5{,}5m + 187{,}5 = 187{,}5$, der Punkt (5,5 / 187,5) liegt also auf allen Geraden der Schar.	**2**
d)	$3m - 5{,}5m + 187{,}5$ ist die *y*-Koordinate der Geraden zum Parameter *m* an der Stelle 3, $3m - 5{,}5m + 187{,}5 - 310$ ist daher die Abweichung des Punktes (3 / 310) von dieser Geraden in *y*-Richtung. Entsprechend sind $5m - 5{,}5m + 187{,}5 - 200$, $6m - 5{,}5m + 187{,}5 - 150$ und $8m - 5{,}5m + 187{,}5 - 90$ die Abweichungen der Punkte (5 / 200), (6 / 150) und (8 / 90) von dieser Geraden in *y*-Richtung. (Auch eine Zeichnung, in der die Abweichungen in *y*-Richtung richtig zugeordnet sind, stellt hier eine mögliche Lösung dar.) Term (1) ist die Summe der Quadrate dieser Abweichungen.	**3** **1**
e)	(1) $\ldots = (-2{,}5m - 122{,}5)^2 + (-0{,}5m - 12{,}5)^2 + (0{,}5m + 37{,}5)^2 + (2{,}5m + 97{,}5)^2 = \ldots$ $= 13m^2 + 1150m + 26075$ Der Wert des Terms wird minimal für $m = -\frac{1150}{26} \approx -44{,}2$. (Hier sind verschiedene Lösungswege, z. B. Scheitelpunkt der Parabel, Bestimmung der Extremstelle des Terms mit Hilfe der Ableitung, denkbar und möglich.) Was beim Vergleich der Ergebnisse als richtige Lösung anerkannt wird, hängt von der Zeichnung zu a) und der Richtigkeit der vorausgegangenen Bearbeitung ab. Hier sollten alle „vernünftigen“ Lösungen als richtig anerkannt werden (also auch das Erkennen von Fehlern in der Bearbeitung anhand des Vergleichs).	**3** **3** **1**

5. Aufgabe (Multiple-Choice-Aufgaben)

1.	m = 2	*richtig*
2.	r = $\sqrt{45}$ r ≥ 3	*richtig* *richtig*
3.	Es gibt einen Berührpunkt B, so dass für den y-Achsenabschnitt d gilt: d = r Zu jeder reellen Zahl m gibt es eine Tangente t, die m als Steigung hat	*richtig* *richtig*
4.	$y = -\frac{1}{2}x + \frac{15}{2}$ $2y + x = 15$	*richtig* *richtig*
5.	$x_S - x_B = y_B$ $x_S - y_B = \sqrt{r^2 - y_B{}^2}$ $x_S - x_B = \sqrt{r^2 - x_B{}^2}$	*richtig* *richtig* *richtig*

Zur Bepunktung:

Für jede Teilaufgabe gibt es maximal 7 Punkte. Ein „Fehler" im Sinne der nachfolgenden Tabelle ist:
- jedes fehlende Kreuz
- jedes bei einer falschen Antwort stehende Kreuz.

Die Punkte für jede Teilaufgabe werden wie folgt ermittelt:

mehr als 3 Fehler oder nicht bearbeitet	0 Punkte
3 Fehler	1 Punkte
2 Fehler	2 Punkte
1 Fehler	4 Punkte
kein Fehler	7 Punkte

Insgesamt kann man für die 5 Teilaufgaben also maximal 35 Punkte erhalten. Die erreichte Gesamtpunktzahl muss dann durch Multiplikation mit dem Faktor 20/35 und anschließender Rundung an die anderen Alternativen (Geometrie- Statistik) angepasst werden (vgl. Auswertungsbogen).