

Extremwertaufgaben III

1. In einen Kreis mit Radius 2 um den Koordinatenursprung $(0|0)$ soll ein Trapez mit möglichst großer Fläche einbeschrieben werden. Zwei Punkte des Trapezes liegen auf der x -Achse.
 - (a) Drücken Sie die Koordinaten der vier Ecken des Trapezes in Polarkoordinaten aus.
 - (b) Geben Sie einen Term zur Berechnung der Fläche des Trapezes an.
 - (c) Berechnen Sie die Fläche für $\varphi = 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$ und 90° (φ ist der Winkel zwischen der x -Achse und der rechten oberen Trapezecke).
 - (d) Für welchen Winkel φ ist die Fläche des Trapezes maximal?

2. Betrachten Sie ein Dreieck mit den Ecken $A(-a|b)$, $B(a|b)$ und $C(0|1)$, dessen Ecken auf dem Einheitskreis mit Mittelpunkt $M(0|0)$ und Radius 1 liegen ($a \geq 0$).
 - (a) Zeichnen Sie die Dreiecke für $a = 0,2; 0,5; 0,7$ ($1 \hat{=} 5\text{cm}$).
 - (b) Berechnen Sie allgemein die Fläche $A(\varphi)$ des Dreiecks. Verwenden Sie zur Beschreibung den Winkel φ zwischen MB und der x -Achse ($\varphi < 0$, wenn B oberhalb der x -Achse).
 - (c) Für welchen Winkel ist die Fläche des Dreiecks maximal?
TIP: Verwenden Sie $\cos^2 \varphi = 1 - \sin^2 \varphi$ und den Satz von Vieta!

3. Aus einem Baumstamm mit kreisförmiger Querschnittsfläche (Durchmesser d , Länge l) soll ein Balken (Breite b , Höhe h , Länge l)
 - (a) mit maximalem Volumen herausgeschnitten werden. Welcher Prozentsatz des Balkens wird genutzt?
 - (b) mit maximaler Tragfähigkeit herausgeschnitten werden. Die Tragfähigkeit eines Balkens ist proportional zu bh^2 . Welcher Prozentsatz des Balkens wird genutzt?

Zusammengestellt von OStR M. Ziemke für Landrat-Lucas-Gymnasium, Leverkusen