

Extremwertaufgaben IV

1. Mit dem Tröpfchenmodell zur Beschreibung eines Atomkerns läßt sich die Bindungsenergie des Kerns in Abhängigkeit von der Neutronenzahl N und der Protonenzahl Z berechnen. Für die Bindungsenergie erhält man:

$$W(Z, N) = (m_p Z + m_n N) c^2 - 6\varepsilon A + 6\varepsilon A^{2/3} + \beta \frac{Z^2}{A^{1/3}} + \eta \frac{(A - 2Z)^2}{A}$$

- (a) Geben Sie die Bindungsenergie für feste Nukleonenzahl $A = Z + N$ an.
- (b) Für welche Protonenzahl ist bei fester Nukleonenzahl A die Bindungsenergie minimal? Verwenden Sie dazu $\alpha = (m_n - m_p) c^2 = 0,78 \text{ MeV}$, $\beta = 0,639 \text{ MeV}$ und $\eta = 21,7 \text{ MeV}$.
- (c) Vergleichen Sie das in (b) erhaltene Ergebnis mit der einfachen Annahme, dass sich in einem Atomkern etwa gleich viele Protonen und Neutronen befinden.

2. Schwerpunkt einer Limonadendose

- (a) Wo liegt der Schwerpunkt einer vollen und einer leeren Dose?
- (b) Bis zu welcher Höhe muss man die Dose austrinken, damit der Schwerpunkt möglichst niedrig liegt und daher die Dose am besten stehen bleibt.
- (c) Welcher Wert ergibt sich für die Schwerpunkthöhe, wenn die Dose eine Höhe von 16 cm und eine Masse von 100 g hat. Die ganze Limonade soll eine Masse von 500 g haben.

3. Bauen Kinder aus Sand zylindrische Türme, sinken diese ab einer gewissen Höhe in sich zusammen. Dabei rutscht der obere Teil fast immer längs einer schrägen Fläche, die um 45° gegen die Horizontale geneigt ist nach unten. Wie läßt sich dies erklären? Nehmen Sie dazu an, dass für das Abrutschen eine gewisse Schubspannung

$$\sigma = \frac{\text{Kraft parallel zur Fläche } F_{\parallel}}{\text{Abrutschfläche } A}$$

erreicht werden muss.

4. (a) Wann wird das Produkt zweier Zahlen mit konstanter Summe maximal?
- (b) Wann wird die Summe zweier Zahlen mit konstantem Produkt minimal?

Zusammengestellt von OStR M. Ziemke für Landrat-Lucas-Gymnasium, Leverkusen