Extremwertaufgaben V

1. Legen Sie die Punkte M und N auf den Schenkeln eines Winkels α mit Scheitel S so fest, dass bei konstanter Fläche des Dreiecks $\triangle\,\mathrm{SMN}$ die Länge $\overline{\mathrm{MN}}$ minimal ist.

2. Wie muss man einen Stab der Länge l in zwei Stücke zerbrechen, damit das aus den Teilstücken gebildete Dreieck maximale Fläche hat?

3. Aus einem rechteckigen Stück Karton mit Seitenlängen 8 cm und 5 cm werden an den Ecken kongruente Quadrate herausgeschnitten. Biegt man die Randstücke hoch, erhält man eine quaderförmige, oben offene Schachtel. Wie lang muss man die Quadratseite wählen, damit der Inhalt der Dose möglichst groß wird.

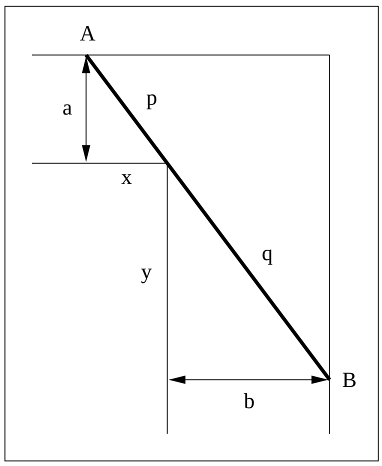
4. In welchem Rechteck mit gegebenem Flächeninhalt A hat die Diagonale minimale Länge?

5. Welcher Punkt des Graphen der Funktion $f(x) = \sqrt{1 + \frac{1}{2}x^2}$ hat vom Punkt P(0|3) minimalen Abstand?

6. Beweisen Sie, dass von allen Rechtecken mit gegebener Fläche A das Quadrat den kleinsten Umfang hat.

7. Wie muss ein kegelförmiges Sektglas gestaltet werden, damit bei gegebenem Volumen V möglichst wenig Material benötigt wird?

8. Zwei Kanäle mit den Breiten a und b stoßen rechtwinklig zusammen. Wir suchen die maximale Länge L, die ein Baumstamm haben kann, damit er gerade noch *um die Ecke* gebracht werden kann. Wir rechnen mit einem idealisierten Stamm der Dicke null. K



   (a) Drücken Sie $r = \overline{\mathrm{AB}} = p + q$ durch x aus und berechnen Sie L.

   (b) Berechnen Sie L speziell für die Fälle $a = b$, $a \ll b$ und $b = 2a$.

   (c) Zeichnen Sie $r(x)$ für $a = 1$ und $b = 2$. Beweisen Sie für diesen Fall, dass $g(x) = x + 2$ eine Asymptote von $r(x)$ ist.

Zusammengestellt von OStR M. Ziemke für Landrat-Lucas-Gymnasium, Leverkusen