

Der Anlass für einen Hypothesentest kann die Vermutung sein, dass ein Objekt nicht mehr die erwartete Eigenschaft hat.

Dann formuliert man die zur Vermutung gegenteilige Arbeitshypothese und stellt für einen Kontrollversuch sinnvolle Maße für den Stichprobenumfang n und die Wahrscheinlichkeit α des möglichen Fehlers 1. Art auf. Nach einigen Berechnungen formuliert man die Entscheidungsregel.

Zweiseitiger Hypothesentest

Vermutung: Würfel ist gefälscht; AZ 6 tritt ungewöhnlich häufig auf

Nullhypothese: Würfel ist in Ordnung; also:
 $H_0: P = \frac{1}{6}$ zu X : Anzahl der AZ 6

Versuchsdaten: $n = 1200$ $\alpha \leq 5\%$
 Irrtumswahrscheinlichkeit für Fehler 1. Art

Berechnungen: Wegen $\alpha \leq 0,05 \Rightarrow z = 1,96$
 $\mu = 200$; $\sigma \approx \sqrt{167} \approx 12,92 \approx 25,3$

Annahmehereich

$\mu - z\sigma \approx 174,7 \Rightarrow k_1 = 174$
 $\mu + z\sigma \approx 225,3 \Rightarrow k_2 = 226$
 $A_{H_0} = [k_1; k_2]_{IN} = [174; 226]_{IN}$
 $V_{H_0} = [0; 173]_{IN} \cup [227; 1200]_{IN}$

Entscheidungsregel: Verwerfe die Hypothese, falls bei 1200 Würfen die Augenzahl 6 öfter als 174 oder mehr als 226 Mal die Augenzahl 6 tritt. (wenn H_0 $P = \frac{1}{6}$)

Mit diesen Angaben lässt man den Kontrollversuch durchführen und das Versuchsergebnis bewerten:

Versuchsdurchführung liefert

(1) $X = 234 \in V_{H_0} \Rightarrow H_0$ ist zu verwerfen *

(2) $X = 185 \notin V_{H_0} \Rightarrow H_0$ kann nicht verworfen werden

* es kann zu $\alpha \leq 5\%$ der Fehler 1. Art geschehen

Ist das Versuchsergebnis geeignet, um die Hypothese zu verwerfen (hier: $X=234$), bestätigt sich gleichzeitig die Vermutung.

Bei dieser Entscheidung kann man irren: Es ist möglich, dass die Objekteigenschaften noch wie gewöhnlich sind, und nur ein besonders seltenes Versuchsergebnis eintritt. Dann begeht man bei der Entscheidung, die Hypothese abzulehnen, einen so genannten Fehler 1. Art. Dies geschieht mit der Wahrscheinlichkeit 5%.

Ist das Versuchsergebnis ungeeignet (es ist eines der Ergebnisse, die in 95% aller Versuche zu erwarten sind ; hier: $X=185$), kann man die Hypothese nicht verwerfen – aber auch nicht bestätigen! Es ist keine Entscheidung für oder gegen die Hypothese möglich.

Auch dabei kann man irren: Es ist möglich, dass die Objekteigenschaften doch ungewöhnlich sind, aber der Versuch eines der häufig zu erwartenden Ergebnisse erbrachte. Dann begeht man wegen der unterbliebenen Entscheidung, die Hypothese abzulehnen, einen so genannten Fehler 2. Art.

Hier können sich (zum Versuchsausgang $X=185$) zwei Überlegungen anschließen:

(1) Mit welcher Wahrscheinlichkeit β begeht man den Fehler 2. Art, eine tatsächlich falsche Hypothese nicht zu verwerfen, weil das Versuchsergebnis nicht ungewöhnlich war?

Hierzu muss eine neue Erfolgswahrscheinlichkeit p_2 zugrunde liegen; z. B. $p_2 = 1/5 = 0,2$.

Man geht also davon aus, dass der Würfel irregulär oft die AZ 6 zeigt.

Nun gilt: $\beta = P_{0,2}(174 \leq X \leq 226) = P_{0,2}(X \leq 226) - P_{0,2}(X \leq 173) \approx 0,165 - 0 = 0,165$

(mit GTR: ILDISTR binomcdf(1200, 0,2, 226)).

(2) Bei welcher anderen Irrtumswahrscheinlichkeit α könnte man mit diesem Ergebnis $X=185$ gerade noch die Hypothese verwerfen?

Dazu müsste $X=185$ Intervallgrenze des Verwerfungsbereichs sein. Wegen der Symmetrie der sigma-Umgebung um μ wäre dann der sog. Annahmehereich also $A_{H_0} = [186; 214]_{IN}$, und damit gilt für $\alpha = P(V_{H_0}) \approx P(X \leq 185) + P(X \geq 215) = 0,130 + (1 - P(X \leq 214)) = 0,130 + 0,131 = 0,261$.

Also würde man mit einer Irrtumswahrscheinlichkeit α von ca. 26% dennoch entscheiden können.